

A L L A  
SACRA CESAREA REALE MAESTA'  
DELL'  
AUGUSTISSIMA IMPERATRICE  
MARIA TERESA  
D' A U S T R I A  
REGINA D'ONGARIA E DI BOEMIA  
ec. ec. ec.



*Ra quanti pensieri ó io rav-*  
*volto nell' animo per sollevar-*  
*mi a sperare , che Voi poteste,*  
SACRA CESAREA  
REAL MAESTA' , *con*  
*estrema degnazione accoglie-*  
*re quest' opera mia , che va superba del Vostro*  
*Augustissimo Nome , e de' Vostri Fortunatiss-*  
2 *imi*

# *Un approccio leibniziano nel primo trattato analitico italiano: le Istituzioni Analitiche di Maria Gaetana Agnesi*

Elena Scalambro

[elena.scalambro@unito.it](mailto:elena.scalambro@unito.it)

Dipartimento di Matematica «G. Peano» - Università degli  
Studi di Torino

IPSSEOA «G. Colombatto» - Torino



DIPARTIMENTO  
DI MATEMATICA  
GIUSEPPE PEANO  
UNIVERSITÀ DI TORINO



# La tradizione leibniziana in Italia



Viaggio di **Leibniz** in Italia (1689-1690)

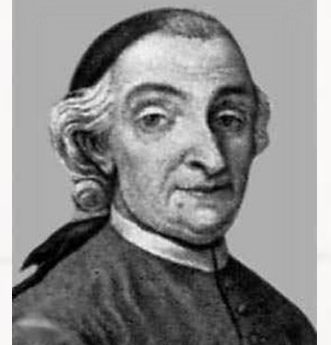


**Jacopo Riccati** (Padova)

Monaco  
olivetano  
**Ramiro  
Rampinelli**



I figli:  
**Giordano e  
Vincenzo  
Riccati**



«Poco dopo, che io venni in Milano ebbi il piacere di conoscere la Signora Contessa Donna Maria Agnesi [...] di più molto dotta nella Geometria [...] aveva **qualche notizia nell'algebra cartesiana**, ma acquistata da sé, perché non aveva qui chi potesse darle lume. Volle per tanto, che io la servissi in tale studio, come ho fatto, ed in poco tempo con robustezza e profondità di talento straordinaria si è impossessata a meraviglia **della Cartesiana**, e **de' due Calcoli infinitesimali**, al che si ha aggiunta **l'applicazione** di essi **alle cose fisiche più sublimi.**»

R. Rampinelli a G. Riccati, 9.6.1745, in Mazzone and Roero *et al.*, 2010, 1745 – lett. 143

# Una donna in matematica: M.G. Agnesi (1718-1799)

- ❑ Facoltosa famiglia milanese (commercio della seta)
- ❑ Studi superiori tra le mura domestiche, incoraggiata dal padre

➔ **passione per la matematica**

*A fianco della filosofia si devono accostare le discipline matematiche che a buon diritto, sopra le altre, rivendicano a sé il nome di scienza, poiché in modo esattissimo ci conducono al raggiungimento e alla contemplazione della verità, e non vi è nulla di più piacevole.*

[Agnesi 1738]

- ❑ 1745-48: stesura del trattato *Instituzioni Analitiche ad uso della gioventù italiana*
- ❑ Dopo la morte del padre (19 marzo 1752): opere di carità
- ❑ 1771: direzione del reparto femminile del Pio Albergo Trivulzio

[Tilche 1984, Simili 2009, Mazzotti 2007 e 2019, Roero 2014 e 2016, Contestabile 2017]



## Le *Instituzioni Analitiche* (1748)

Grande successo dell'opera di Agnesi, **primo trattato in italiano di Analisi**. [Roero 2016]

- ❑ Recensioni elogiative sia dal punto di vista pedagogico-educativo, sia da quello matematico
- ❑ Lettere di congratulazioni di alcuni protagonisti della scienza italiana (tra cui Laura Bassi), di autorità religiose (papa Benedetto XIV) e politiche (Maria Teresa d'Austria)

*Voi vi meravigliate che la padrona mia inclini al dolce studio della Geometria?*

*Stupitevi piuttosto che con saper profondo prodotto abbia una donna sì gran libro al mondo.*

*È italiana l'autrice, signor, non olandese,*

*Donna illustre, sapiente, che onora il suo paese.*

[Goldoni 1756]

INSTITUZIONI  
ANALITICHE  
AD USO  
DELLA GIOVENTU' ITALIANA  
DI D.<sup>NA</sup> MARIA GAETANA  
AGNESI  
MILANESE  
Dell'Accademia delle Scienze di Bologna.  
TOMO I.



IN MILANO, MDCCXLVIII  
NELLA REGIA-DUCAL CORTE.  
CON LICENZA DE' SUPERIORI.

- ❑ Due traduzioni, in francese (P.T. Antelmy, 1775) e in inglese (J. Colson, 1801)

## L'edizione inglese di John Colson

Professore di matematica all'Università di Cambridge, **Colson** (1680-1760):

- ❑ manifesta entusiasmo per i due volumi di Agnesi, definendoli «*very wonderful and surprising*»;
- ❑ inizia un saggio divulgativo sui contenuti dell'opera (*The Plan of the Lady's System of Analytics*), prendendo Agnesi come modello:

*I confess I also entertained some distant hopes, that it might excite the curiosity of some of our English Ladies; that it might rise an emulation in them [...]. They have here a noble instance before them, of what the sex is capable to perform, when their faculties are exerted the right way.*

[Colson 1801]

- ❑ dedica gli ultimi 10 anni di vita a realizzare la versione inglese, pubblicata postuma nel 1801;
- ❑ può considerarsi un precursore nell'attenzione verso il **gender gap**.



# Il calcolo infinitesimale nel trattato di Agnesi

431  
I N S T I T U Z I O N I  
A N A L I T I C H E  
L I B R O S E C O N D O

*Del Calcolo Differenziale.*

**L**'Analisi delle quantità infinitamente piccole, che in altro modo Calcolo Differenziale, o Calcolo delle Flussioni suole chiamarsi, è quella, che versa intorno alle differenze delle quantità variabili, di qualunque ordine sieno esse differenze. Questo calcolo contiene i Metodi delle Tangen-

La definizione di Agnesi di «calcolo differenziale»  
o «calcolo delle flussioni»

*L'analisi delle quantità infinitamente piccole, che in altro modo Calcolo Differenziale, o Calcolo delle Flussioni suole chiamarsi, è quella, che versa intorno alle differenze delle quantità variabili, di qualunque ordine siano queste differenze.*

1. **C**Ol nome di quantità variabili si vogliono significare quelle, che sono capaci di aumento, e di decremento, e si concepiscono come fluenti, e per così dire, generate da un moto continuo.

## Quantità variabili

*Sono capaci di aumento, e di decremento, e si concepiscono come fluenti generate da un moto continuo.*

3. Si chiama differenza, o flussione di una quantità variabile quella porzione infinitesima, cioè tanto piccola, che ad essa variabile abbia proporzione minore di qualunque data, e per cui crescendo, o diminuendosi la medesima variabile, possa ciò non ostante assumersi per la stessa di prima.

## Differenza o «flussione» di una quantità variabile

*Porzione infinitesima, cioè tanto piccola, che ad essa variabile abbia proporzione minore di qualunque data*

# L'origine della “strega” di Agnesi

## La versiera di Agnesi

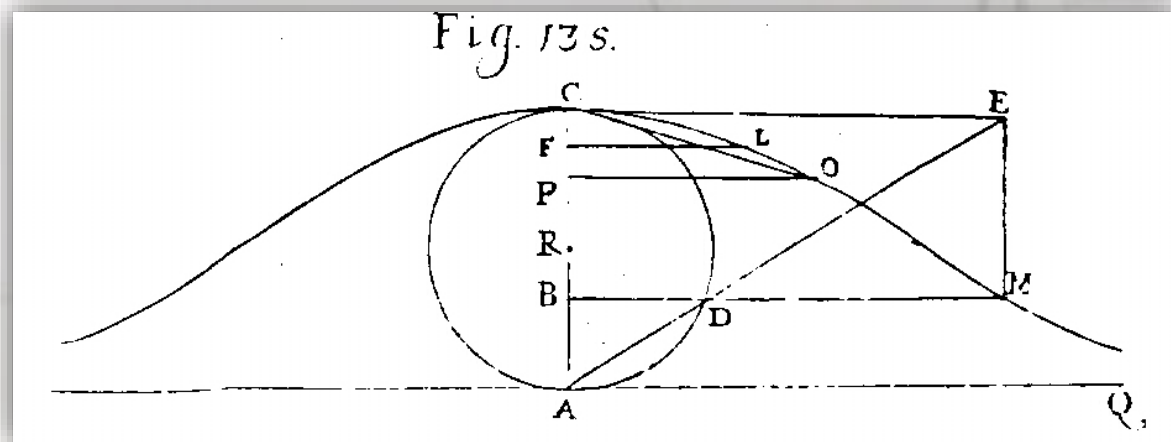
- ❑ descritta nelle *Instituzioni* (Problema III, pp. 380-382)
- ❑ già stata studiata da Pierre de **Fermat** (1666) e da Guido **Grandi** (1703)

Versiera

Dal latino ‘*cum sinus verso*’

Appellativo ‘*adversaria*’ (strega)

‘**Witch**’ of Agnesi



# La versiera di Agnesi nelle *Instituzioni*

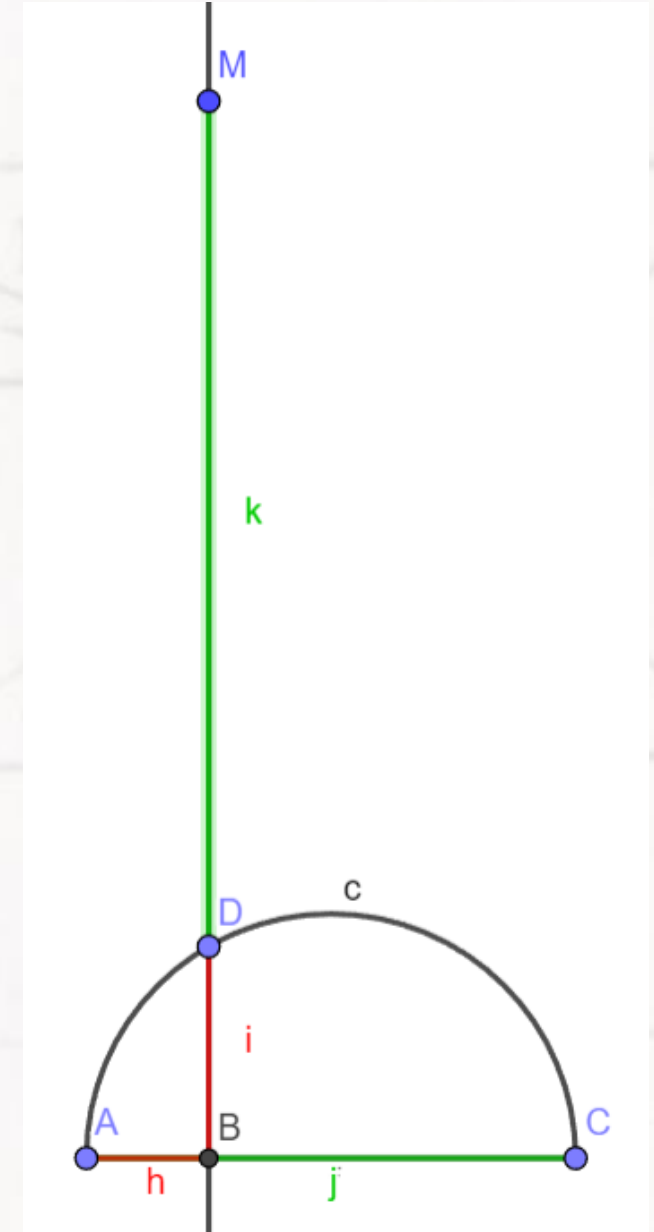
## PROBLEMA III.

238. Dato il semicircolo  $ADC$  (Fig. 135.) del diametro  $AC$ ; si ricerca fuori di esso il punto  $M$  tale, che condotta  $MB$  normale al diametro  $AC$ , che taglierà il cerchio in  $D$ , sia  $AB, BD :: AC$  alla  $BM$ , e perchè infiniti sono i punti  $M$ , che soddisfanno al problema, se ne dimanda il luogo.

Dato il semicerchio  $ADC$  di diametro  $AC$ , si cerchi fuori di esso il punto  $M$  tale che, condotta  $MB$  perpendicolare al diametro  $AC$ , che taglierà il cerchio in  $D$ , sia

$$AB : BD = AC : BM$$

e, poichè i punti  $M$  che soddisfano al problema sono infiniti, se ne ricavi il luogo.





# Introduzione dell'attività in classe: dai più grandi ai più piccoli

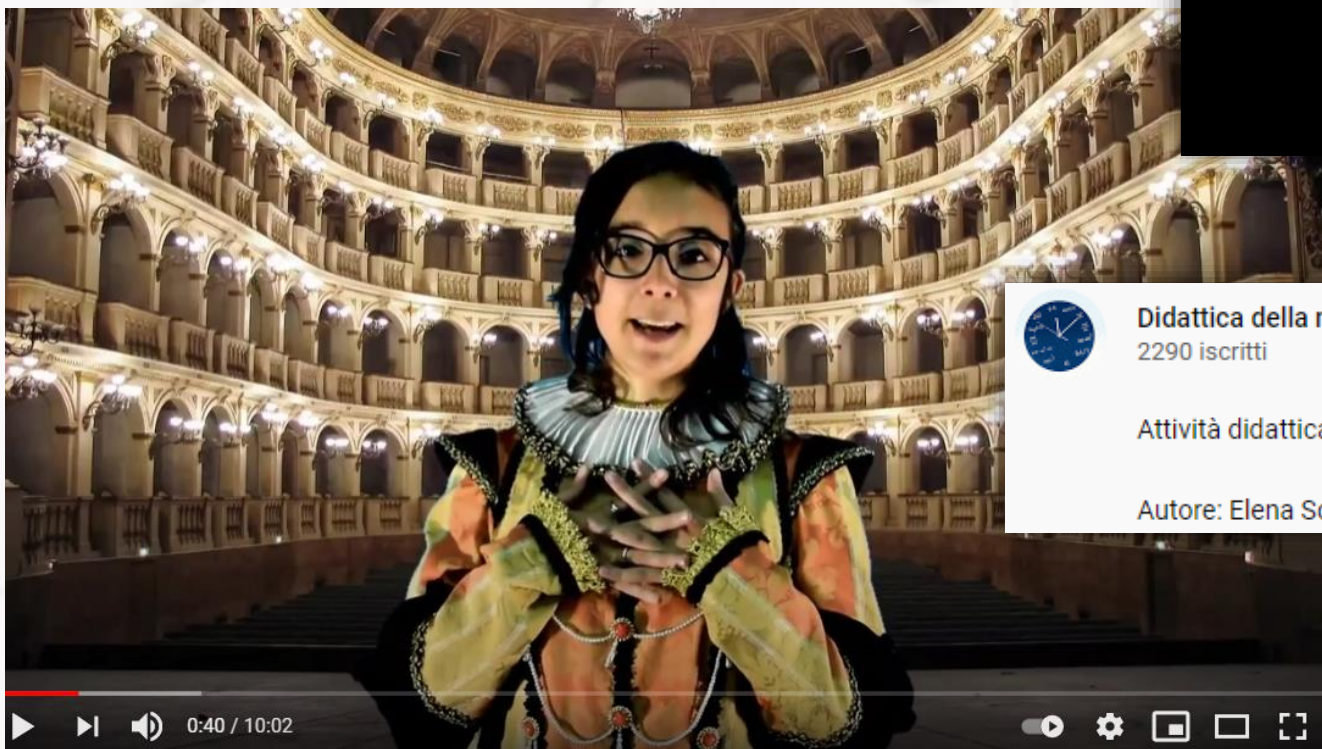
- ❑ Visione del **video** disponibile sul canale YouTube «Didattica della matematica Ornella Robutti»

(<https://www.youtube.com/watch?v=bFqXbF1JM0Y&t=4s>)

Maria Gaetana Agnesi  
(1718 – 1799)

Nel principiare del secolo passato cresceva in una patrizia famiglia milanese una vispa fanciulla, cara delizia de' parenti e degli amici per prontezza d'ingegno e amabilità di carattere...

*Dall'Enciclopedia a cura di G. Berri, 1871*



Didattica della matematica Ornella Robutti

2290 iscritti

ISCRITTO

Attività didattica incentrata sulla curva nota come "strega di Agnesi", ossia la versiera.

Autore: Elena Scalambro

0:40 / 10:02

# Costruzione della versiera per punti – attività di gruppo

- ❑ Istruzioni per la costruzione della curva alla fine del video
- ❑ Attività in piccoli gruppi
- ❑ Approccio *embodied* alla matematica [Arzarello, Robutti 2008, Ferrara 2015]

Segnare i punti ottenuti dalla costruzione geometrica



Unendo i punti si ottiene la curva

Una coppia di rette parallele,  $x$  e  $l$ , e un cerchio tangente a entrambe nei punti  $O$  e  $B$  rispettivamente, voi avrete. Con uno spago, una retta per il punto  $O$ , che interseca la circonferenza in un punto  $M$ , creerate.  $N$  il punto di intersezione tra questa retta e la retta  $l$  sarà e da lì una perpendicolare alla retta  $x$ , fatta con un altro spago, cadrà. Il momento di tracciare la parallela alla retta  $l$  passante per  $M$  è arrivato, il punto  $P$  di intersezione tra le ultime due rette avete trovato.  $P$  è uno dei punti della mia versiera, al variare di  $M$  sulla circonferenza troverete la sua forma vera.

# Costruzione della versiera per punti – attività individuale

Una coppia di rette parallele,  $x$  e  $l$ , e un cerchio tangente a entrambe nei punti  $O$  e  $B$  rispettivamente, disegnerete.

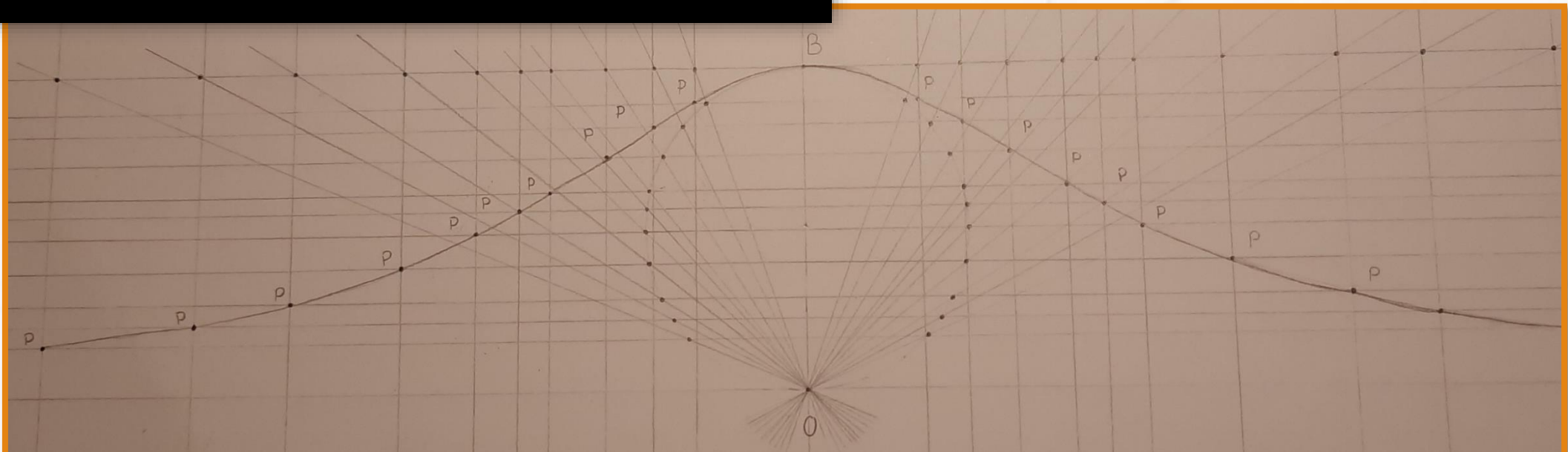
La retta per i punti  $O$  e  $B$  tracerete e infine una retta per il punto  $O$ , che interseca la circonferenza in un punto  $M$ , creerate.

N il punto di intersezione tra questa retta e la retta  $l$  sarà e da lì una perpendicolare alla retta  $x$  cadrà.

Il momento di tracciare la parallela alla retta  $l$  passante per  $M$  è arrivato, il punto  $P$  di intersezione tra le ultime due rette avete trovato.

$P$  è uno dei punti della mia versiera, al variare di  $M$  sulla circonferenza troverete la sua forma vera!

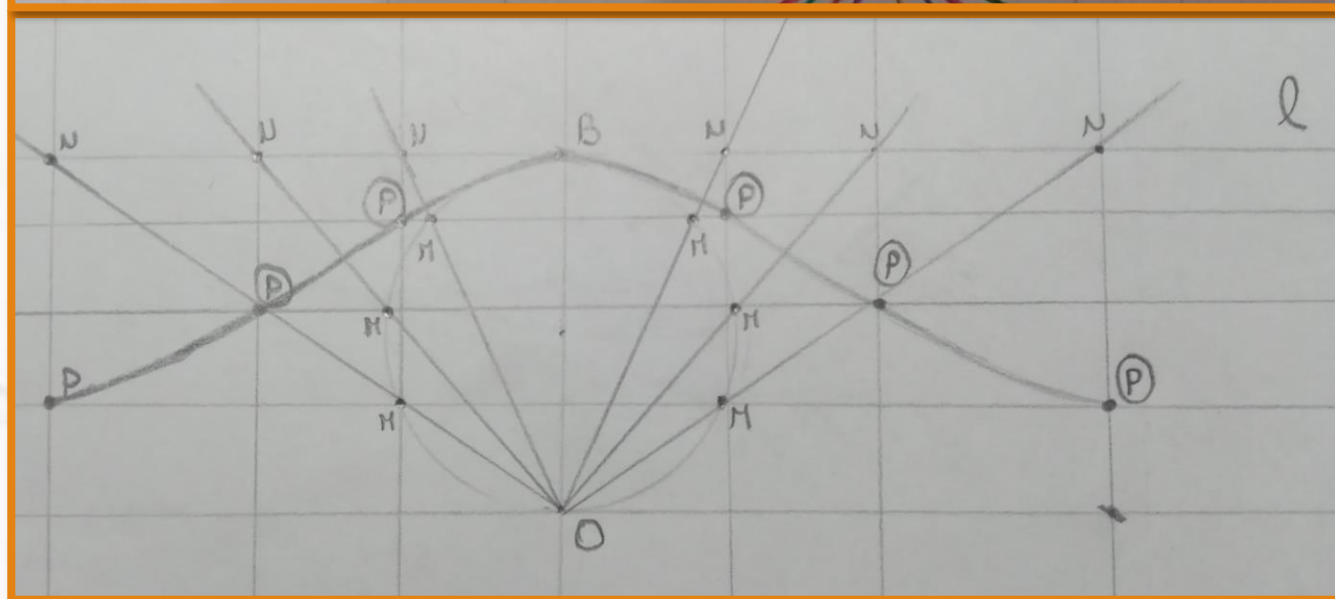
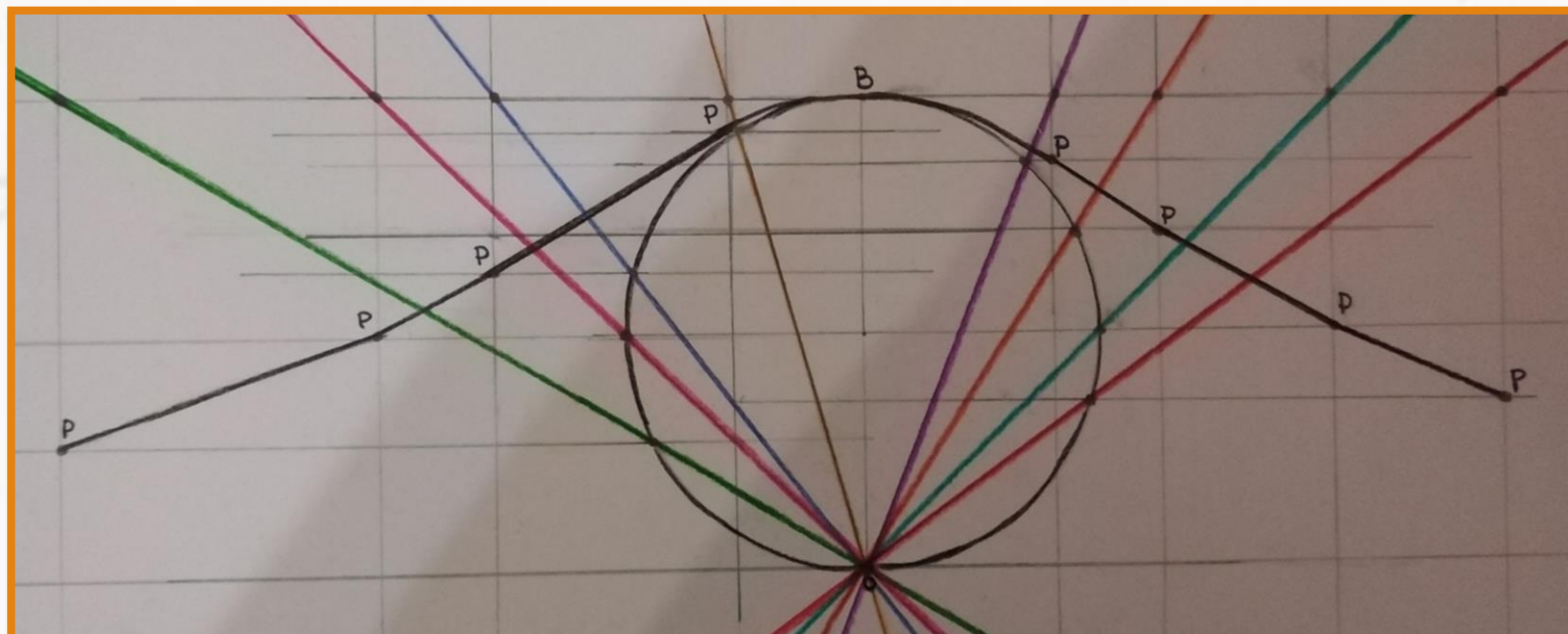
- ❑ Nuove istruzioni in rima per la costruzione, elaborate durante la fase di emergenza sanitaria
- ❑ Attività individuale, durante la DAD
- ❑ Abilità interdisciplinari, legate anche al disegno tecnico



# Studio qualitativo del grafico della versiera

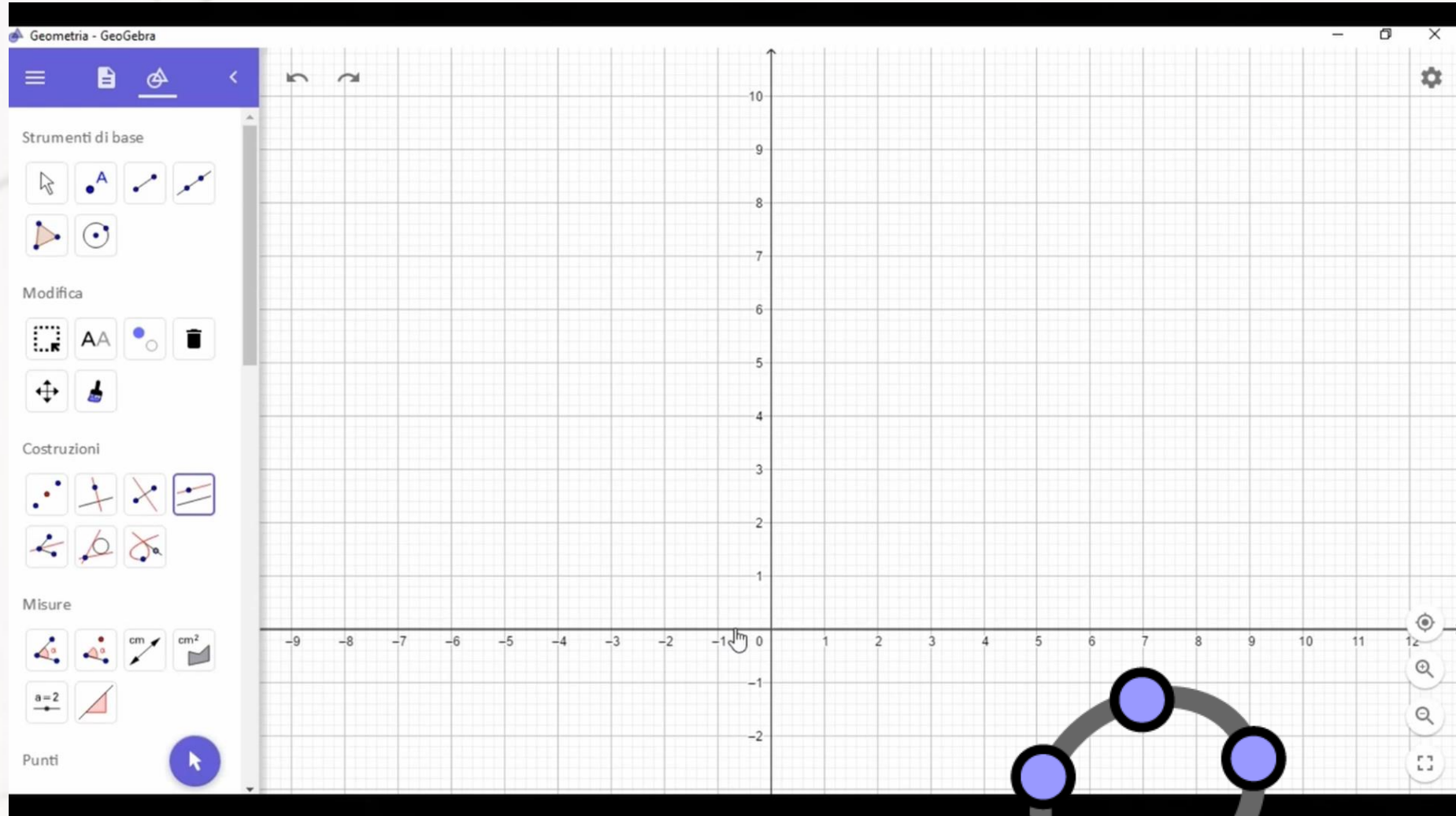
Momento di **discussione collettiva** sull'andamento globale della curva

- Simmetria rispetto all'asse verticale
- Legame con il diametro del cerchio
- Limitatezza della curva



# Costruzione dinamica della versiera con GeoGebra

- ❑ Collegamenti con informatica
- ❑ Utilizzo del software di geometria dinamica **GeoGebra**
- ❑ Nodo concettuale del passaggio **dal discreto al continuo**





Una volta individuata questa coordinata, seguendo la costruzione data, l'altra coordinata è determinata univocamente? \*

- Sì  
 No

Questa seconda coordinata è quindi .... dalla prima coordinata individuata \*

- Dipendente  
 Indipendente

Cioè, una volta individuato N, esiste ... per il punto P \*

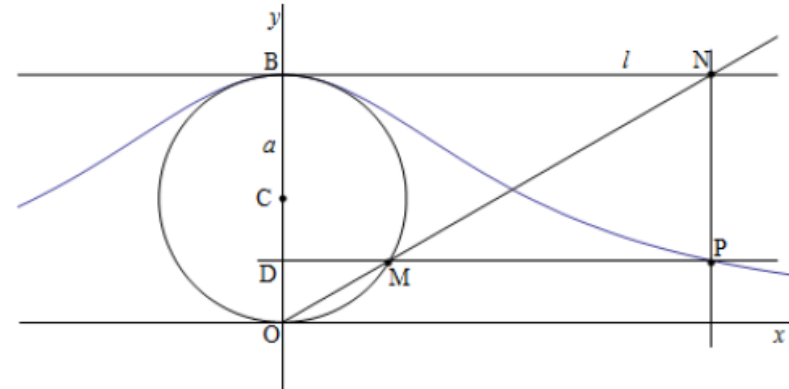
- Una sola  
 Più di una

# Ancora una riflessione

**Parte 2:** Riflettiamo adesso su come abbiamo costruito i punti della nostra curva.

Ricordiamo che, sia con GeoGebra che con la costruzione con il cerchio e le corde, ciò che varia è il punto M sulla circonferenza.

A questo punto abbiamo costruito la retta per O e per M che interseca la retta l nel punto N.



1) Cosa hanno in comune il punto N e il punto P della versiera corrispondente?

Dopo di che, abbiamo costruito la retta perpendicolare a l e passante per N e la retta DM passante per M e perpendicolare al diametro del cerchio BO. Il loro punto di intersezione P appartiene alla nostra "strega di Agnesi".

2) In questo modo abbiamo anche trovato \_\_\_\_\_ del punto P

Abbiamo così trovato le coordinate del generico punto P della versiera.

- 3) Quale coordinata abbiamo "individuato per prima" nella nostra costruzione? \_\_\_\_\_  
4) Una volta individuata questa coordinata, seguendo la costruzione data, l'altra coordinata è determinata univocamente?  
 Sì  
 No

Questa seconda coordinata è quindi:

- Dipendente  
 Indipendente

dalla prima coordinata individuata.

Cioè, una volta individuato N, esiste una sola/più di una possibilità per il punto P. (sottolinea la risposta corretta)

## Scheda per gli studenti

- 1) Dalla costruzione geometrica all'equazione
- 2) Riflessione sul nodo concettuale di variabile indipendente/dipendente

[http://dmi.unife.it/it/ricerca-dmi/mathesis/materiali-esu-9/borgata-lugaresi-magrone/scheda-ws2\\_agnesi-scalambro/view](http://dmi.unife.it/it/ricerca-dmi/mathesis/materiali-esu-9/borgata-lugaresi-magrone/scheda-ws2_agnesi-scalambro/view)

## Letture guidata della *Prefazione*

- ❑ Opera scritta da una donna e **dedicata ad una donna**: l'imperatrice Maria Teresa d'Austria.

[...] *la considerazione del Vostro Sesso, che da VOI illustrato per bella sorte è pur mio. Questo pensiero mi â [ha] sostenuta nella fatica, e non mi â [ha] lasciato sentire il rischio dell'impresa. [...] debbano le Donne tutte servire alla gloria del loro sesso, e ciascuna, per quanto le può venir fatto, contribuire all'accrescimento dello Splendore, nel quale VOI lo avvolgete.*

*simi Auspici, un solo mi conforta, ed è questo la considerazione del Vostro Sesso, che da VOI illustrato per bella sorte è pur mio. Questo pensiero mi â sostenuta nella fatica, e non mi â lasciato sentire il rischio dell'impresa; e veramente se in qualche tempo poteva giustificarsi l'ardimento di una Donna, che tentasse seguire i rapidi voli di una Scienza, che spazia mai sempre negli Infiniti, in quel tempo essere ciò doveva, nel quale regna una DONNA, e regna con universale ammirazione. Parmi in fatti, che in que-*

- ❑ Forma di **impegno sociale**: essere utile alla società, mettendo a disposizione i propri talenti intellettuali e umani.

*Mi sembravano utilissime, e necessarie nuove Istituzioni di Analisi. [...] quanto sia difficile il ritrovare quella [esposizione], che sia dotata della dovuta chiarezza, e semplicità, omettendo tutto il superfluo, senza lasciare cosa alcuna, che esser possa utile o necessaria, e che proceda con quell'ordine naturale, in cui forse consiste la miglior istruzione, ed il maggior lume.*

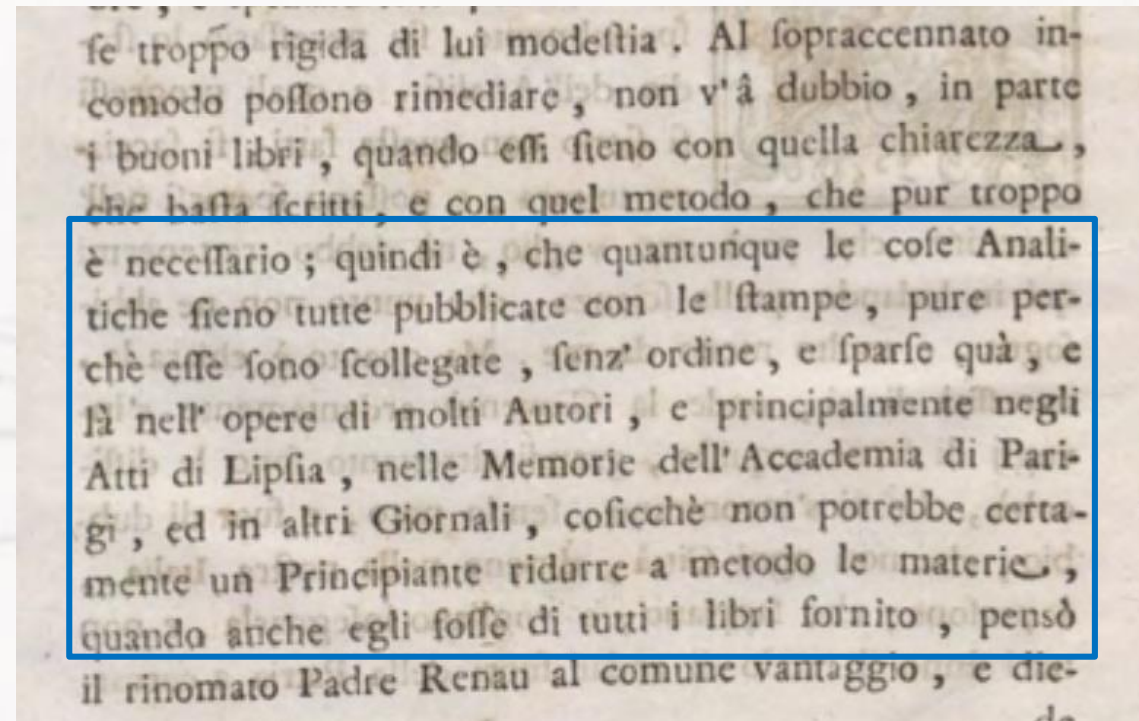
*tica di andare fra tanti libri ripescando i metodi di recente invenzione, mi sembravano utilissime, e necessarie nuove Istituzioni di Analisi. Le nuove scoperte, m'anno obbligata ad un'altra disposizione di cose, e ben sa chi pon mano in sì fatte materie, quanto sia difficile il ritrovare quella, che sia dotata della dovuta chiarezza, e semplicità, omettendo tutto il superfluo, senza lasciare cosa alcuna, che esser possa utile o necessaria, e che proceda con quell'ordine naturale, in cui forse consiste la miglior istruzione, ed il maggior lume. Questo naturale ordine io ô certamente sempre avuto in vista, e l'ô sommamente procurato, ma non so poi se sarò stata bastantemente fortunata per conseguirlo.*



# Lettura guidata della *Prefazione*

- Finalità **didattica**, anche in base alla propria esperienza personale

[...] *quantunque le cose Analitiche sieno tutte pubblicate con le stampe, pure perché esse sono scollegate, senz'ordine, e sparse qua e là nell'opere di molti Autori*  
[...] *cosicché non potrebbe certamente un Principiante ridurre a metodo le materie, quando anche egli fosse di tutti i libri fornito.*



- Prima trattazione sistematica dell'Analisi in italiano

[...] *siccome non è stata mia mente da principio il publicar colle stampe la presente opera da me cominciata, e proseguita in **Lingua Italiana**, per mio particolar divertimento, o al più per istruzione d'alcuno de' miei minori fratelli [...] mi sono dispensata dal tradurla in Latino Idioma [...]. Né intendo però farmi carico di quella purità di lingua [...] avendo io avuto in mira più, che ogni altra cosa, la **necessaria possibile chiarezza.***

me; mi sono perciò dispensata dal tradurla in Latino Idioma (comechè da alcuni credasi più convenire a tal materia) sì per l'autorevole esempio di tanti celebri Matematici Ultramontani, ed Italiani ancora, le di cui opere nella loro natia favella vanno a comune vantaggio stampate, sì pel naturale mio rincrescimento alla materiale fatica di trascrivere in Latino ciò, che aveva di già scritto in Italiano. Né intendo però farmi carico di quella purità di lingua, che lodevolmente viene praticata in materie da questa diverse, avendo io avuto in mira più, che ogni altra cosa, la necessaria possibile chiarezza.

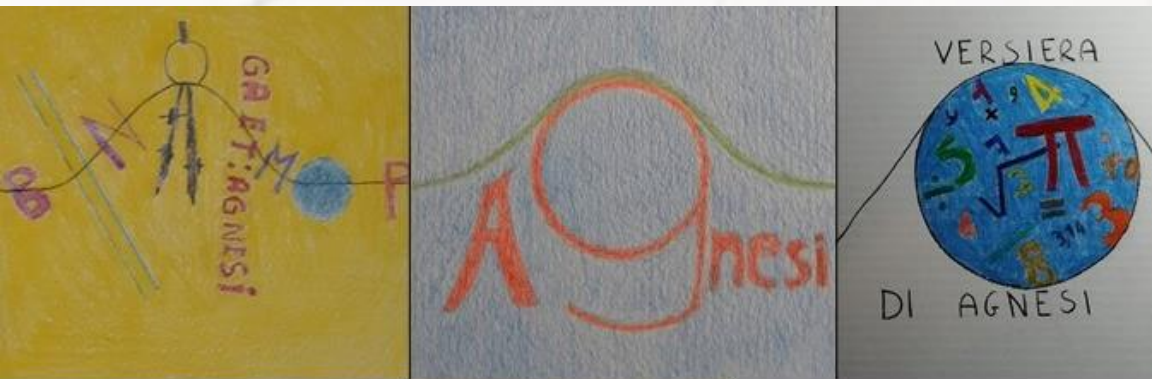
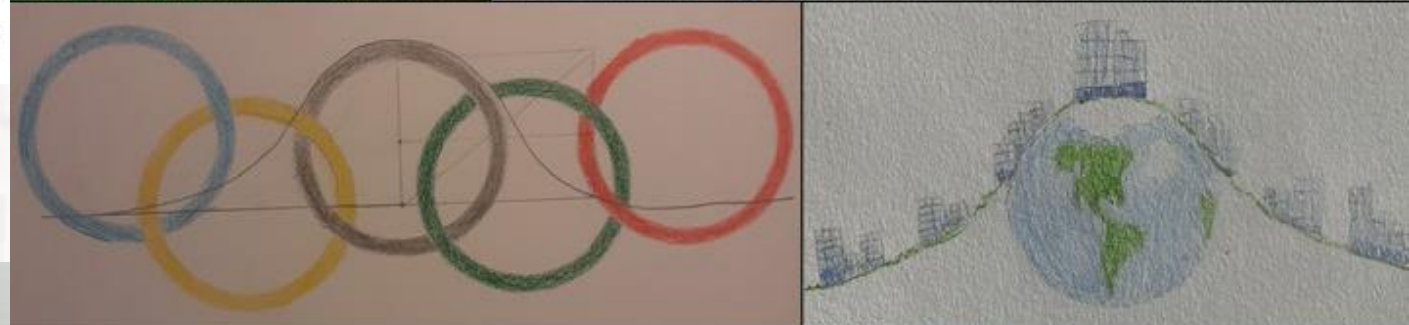
# Tra matematica e letteratura: alcuni commenti degli studenti

- ❑ Secondo me Agnesi fu una **donna intraprendente**. [...] Scrisse la sua opera con un linguaggio semplice e comprensibile perché voleva che fosse compresa da un pubblico più ampio. Quindi per lei **la matematica era importante nella vita di tutti**. [Andrea]
- ❑ Maria Teresa d'Austria è stata un'imperatrice austriaca. [...] Maria Gaetana Agnesi le dedicherà il suo trattato perché riconosceva nella sua persona una donna forte che regnava ammirata dal mondo, **cosa più unica che rara** all'epoca. La matematica dirà anche che il pensiero stesso dell'imperatrice l'aveva aiutata ad andare avanti nella ricerca e che **tutte le donne dovrebbero fare grandi cose** prendendo esempio da Maria Teresa d'Austria. [Ludovica]
- ❑ Maria Gaetana Agnesi [...] scrisse che **le donne devono farsi valere**. Lei sostenne che anche nei momenti più difficili non mollò e si fece valere; come sappiamo, all'epoca **il ruolo delle donne era sottovalutato** ma l'Agnesi è diventata una donna importante che ricordiamo anche oggi. [Elena]
- ❑ Il commento di Goldoni fa molto pensare perché in poche righe **ha fatto capire quanto l'uomo avesse una bassa considerazione della donna**, è una **donna da cui prendere ispirazione** sia per quello che ha fatto ma anche per il suo **coraggio** e la sua forza di andare avanti nonostante tutti i **pregiudizi** di quel tempo sul **ruolo della donna**. Secondo me Goldoni ha voluto sottolineare quanto fosse fiero del lavoro dell'autrice, sottolineando anche il fatto che fosse italiana e non olandese esaltando le sue origini e la sua patria. [Matilde]

# Tra matematica e arte



Dal doodle per il 296 anniversario della nascita di Agnesi...



# In un percorso più ampio: la circonferenza

## 1. Espediente linguistico

La filastrocca *Il mercante di diametri* di **G. Rodari** (1972)

*Un cerchio ragionò:  
Con tanti diametri che ho,  
perché non ne vendo un po'?*  
*A chi ne comprava tre  
dava in omaggio  
un raggio.*

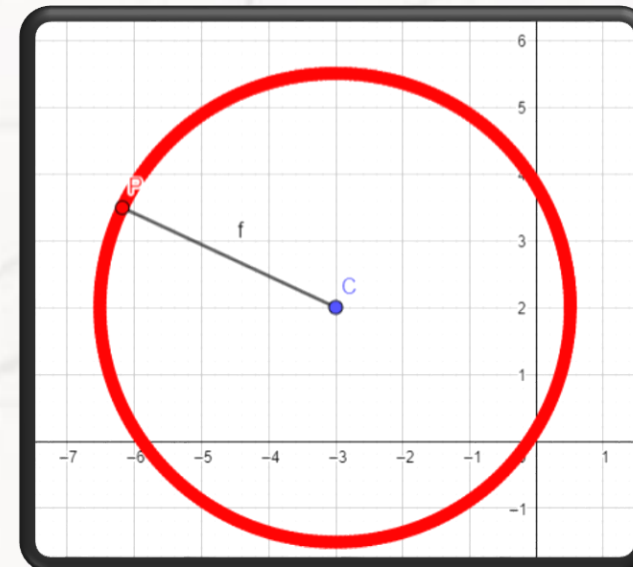
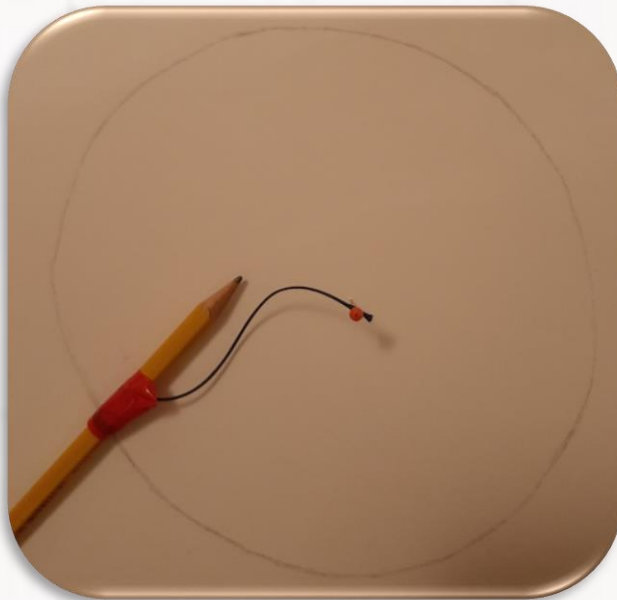
## 2. Attività laboratoriale

Infiniti diametri (e infiniti raggi) con la piegatura della carta

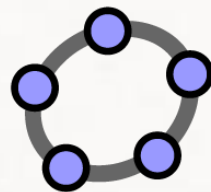


## 3. Costruzione meccanica

Matita, spago e puntina da disegno



## 4. Costruzione dinamica



# In un percorso più ampio: l'ellisse

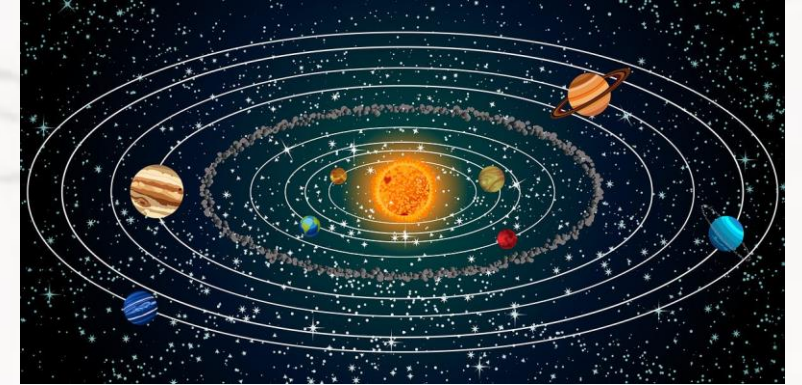
## 1. Espediente linguistico



La canzone *Le leggi di Keplero* di **L. Baglioni** (2018)

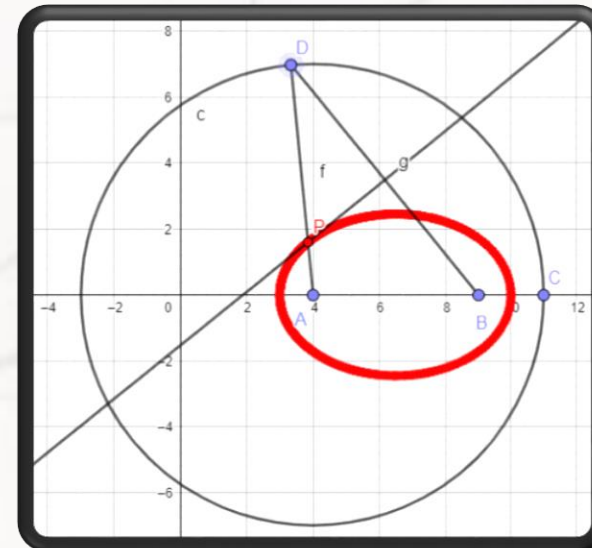
## 2. Attività laboratoriale

Percorso interdisciplinare con **scienze**:  
l'Universo,  
le leggi di  
Keplero, il  
sistema  
solare, ...

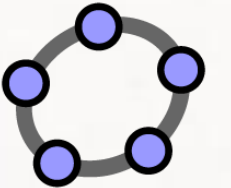


## 3. Costruzione meccanica

Matita, spago e 2  
puntine da disegno

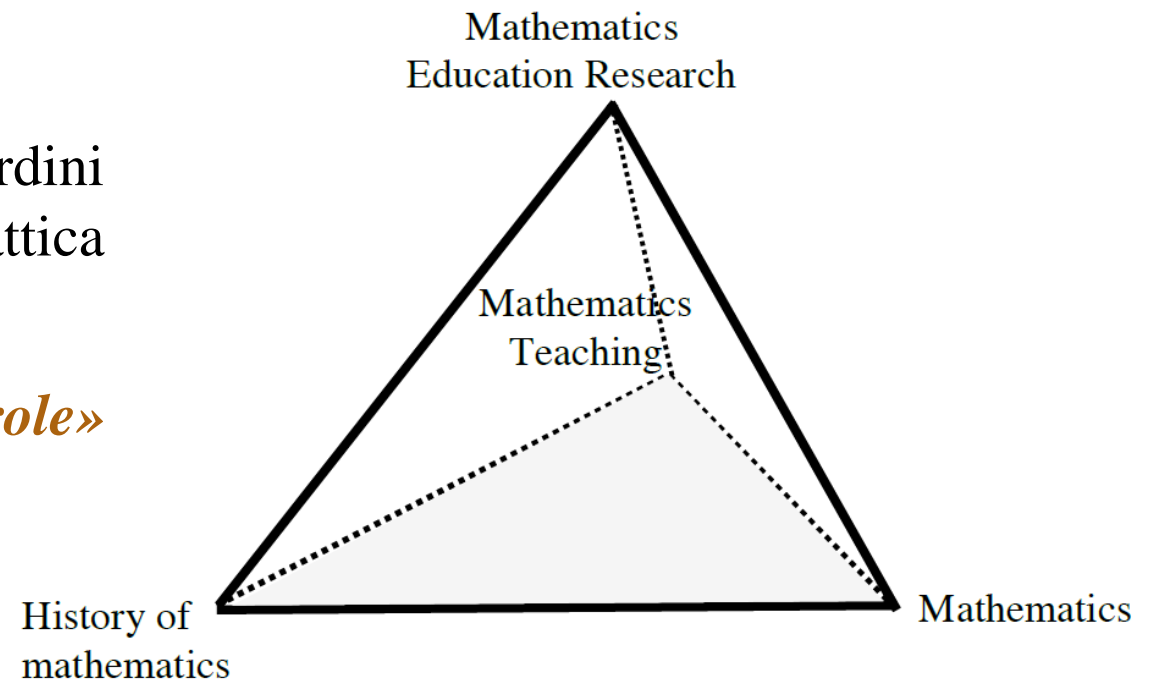


## 4. Costruzione dinamica



# Alcune potenzialità della storia della matematica in classe

- ✓ Possibilità di differenti declinazioni per i diversi livelli scolari
- ✓ Importanza del lavoro sulle **fonti storiche**
- ✓ Utilità dell'**approccio 'narrativo'** per una migliore comprensione del significato concettuale.
- ✓ Aspetti **interdisciplinari**
- ✓ **Interazioni** tra più comunità (docenti di ordini scolari differenti, studenti, ricercatori in didattica della matematica, storici della matematica).
- ✓ Storia della matematica con un *«bridging role»* all'interno dell'apprendimento.



# Conclusioni

Dal confronto con i docenti coinvolti, sono inoltre emersi alcuni aspetti peculiari di questa attività.

## Scuola secondaria di primo grado

- ❑ Importanza di ‘puntare in alto’ e ‘fuori dagli schemi’ per suscitare l’**interesse** e la **curiosità** negli studenti.
- ❑ Contestualizzazione e ‘**immedesimazione**’  
➔ superare la visione della matematica legata soltanto alle implicazioni pratiche
- ❑ Attenzione verso le **donne di scienza**: attività di ‘orientamento’ nell’ultimo anno delle medie.

## Scuola secondaria di secondo grado

- ❑ Affrontare nodi concettuali rilevanti: discreto *vs* continuo, variabile dipendente *vs* indipendente, ...
- ❑ Alcuni spunti dal grafico che si possono verificare tramite lo **studio di funzione**
- ❑ Nel Liceo Scientifico: legami con i **temi della maturità** (Sessione suppletiva 1997; sessione ordinaria PNI 2003; sessione ordinaria 2013)

*Recognizing that mathematics as an activity might be described as one long conversation stretching over millennia.*

[Mazur 2013]

## Bibliografia essenziale

- CONTESTABILE A. 2017, *Strega di Agnesi*, Roma, Aracne editrice.
- LUCIANO E., ROBUTTI O., SCALAMBRO E. 2020, *La 'strega' di Agnesi*, in Bonino R., Marocchi D., Rinaudo M., Serio M. (eds.) Atti del IX Convegno Nazionale di DI.FI.MA. 2019, Torino, Università degli Studi, pp. 385-393. Anche **online**: <https://www.collane.unito.it/oa/items/show/57#?c=0&m=0&s=0&cv=0>
- MAZUR B. 2013, *History of Mathematics as a tool*, History of Mathematics seminar.
- MAZZONE S. – ROERO C.S. – LUCIANO E. 2011, *L'Epistolario di Jacopo, Vincenzo e Giordano Riccati con Ramiro Rampinelli e Maria Gaetana Agnesi, 1727-1758*, Firenze, Museo Galileo.
- MAZZOTTI M. 2007, *The World of Maria Gaetana Agnesi, Mathematician of God*, Baltimora, JHU Press.
- RADFORD L. *et al.* 2014, *History of mathematics and mathematics education*, in: Fried M., Dreyfus T. (eds.), New York, Springer, Advances in Mathematics Education series, pp. 89-109.
- ROERO C.S. 2015, *M.G. Agnesi, R. Rampinelli and the Riccati family: A cultural fellowship formed for an important scientific purpose, the Istituzioni analitiche*, *Historia mathematica*, 42(3), pp. 296-314.
- ROERO C.S. 2016, *Giornali, Accademie e Traduzioni: il successo europeo delle "Istituzioni Analitiche" di Maria Gaetana Agnesi*, *Physis*, pp. 145-162.
- SIMILI R. 2006, *Scienza a due voci*, Firenze, Olschki.
- SCALAMBRO E. 2022, *Maria Gaetana Agnesi e la versiera. Una proposta laboratoriale per la scuola secondaria di primo grado*, *Archimede*. La rivista per gli insegnanti e i cultori di matematiche pure e applicate 4, pp. 202-216. Anche **online**: <https://riviste.mondadorieducation.it/archimede/rivista/4-2022/>
- TILCHE G. 1984, *Maria Gaetana Agnesi, La scienziata santa del Settecento*, Milano, Rizzoli.