

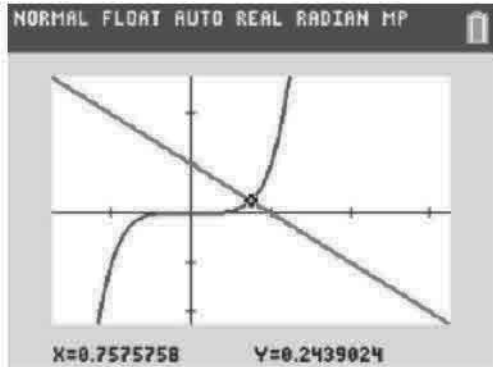
7. Attività di matematica con l'uso della calcolatrice grafica per il quinto anno del liceo scientifico

ATTIVITÀ 22 ♦ Risolvere un'equazione in modo approssimato

Stabilire se l'equazione $x^5 + x = 1$ ha soluzioni reali e quante sono. Eventualmente determinarle in modo approssimato.

Usiamo la calcolatrice grafica TI-84 Plus CE-T.

Considerando il polinomio $x^5 + x - 1$, si vede, applicando il teorema di Ruffini, che il polinomio non ha zeri razionali. Inoltre, non c'è una formula risolutiva. Si procede quindi inizialmente per tentativi. In questo caso una calcolatrice grafica è uno strumento molto utile per esplorare la situazione. Scriviamo l'equazione nella forma $x^5 = -x + 1$. Poniamo $y = x^5$ e $y = -x + 1$. Si può provare a risolvere l'equazione graficamente, disegnando i grafici delle funzioni $y = x^5$ e $y = -x + 1$.

Dati da inserire	Che cosa si ottiene sulla TI-84 Plus CE-T
Premere il tasto Y= Inserire Y1=X^5 Inserire $\text{Y2}=-\text{X}+1$ Premere il tasto graph Premere in tasto zoom e regolare opportunamente la visualizzazione. Premere il tasto trace e portare il cursore sopra il punto di intersezione.	

Dal grafico si vede che esiste una sola soluzione reale che è nelle «vicinanze» di $x = 0,75$. Con ulteriori zoom si può raffinare l'analisi e migliorare l'approssimazione. Usando **MATH > Numeric Solver** si ottiene circa 0,75488.



Per stabilire che esiste una sola soluzione occorre però esaminare la derivata prima della funzione $f(x) = x^5 + x - 1$. Si ottiene $f'(x) = 5x^4 + 1$, che è sempre positiva. Quindi la funzione $f(x)$ è crescente sui reali. Ma la funzione polinomiale $f(x) = x^5 + x - 1$ è di grado dispari e quindi ha almeno uno zero reale; pertanto lo zero è unico.

Per trovarne un valore numerico approssimato della radice, si può usare il metodo di bisezione nell'intervallo $[0,1]$ perché si ha $f(0) = -1$ e $f(1) = 1$. In alternativa al metodo di bisezione, si può utilizzare, ricorrendo le ipotesi, il metodo di Newton, con cui si trova un valore approssimato della soluzione in modo molto rapido.