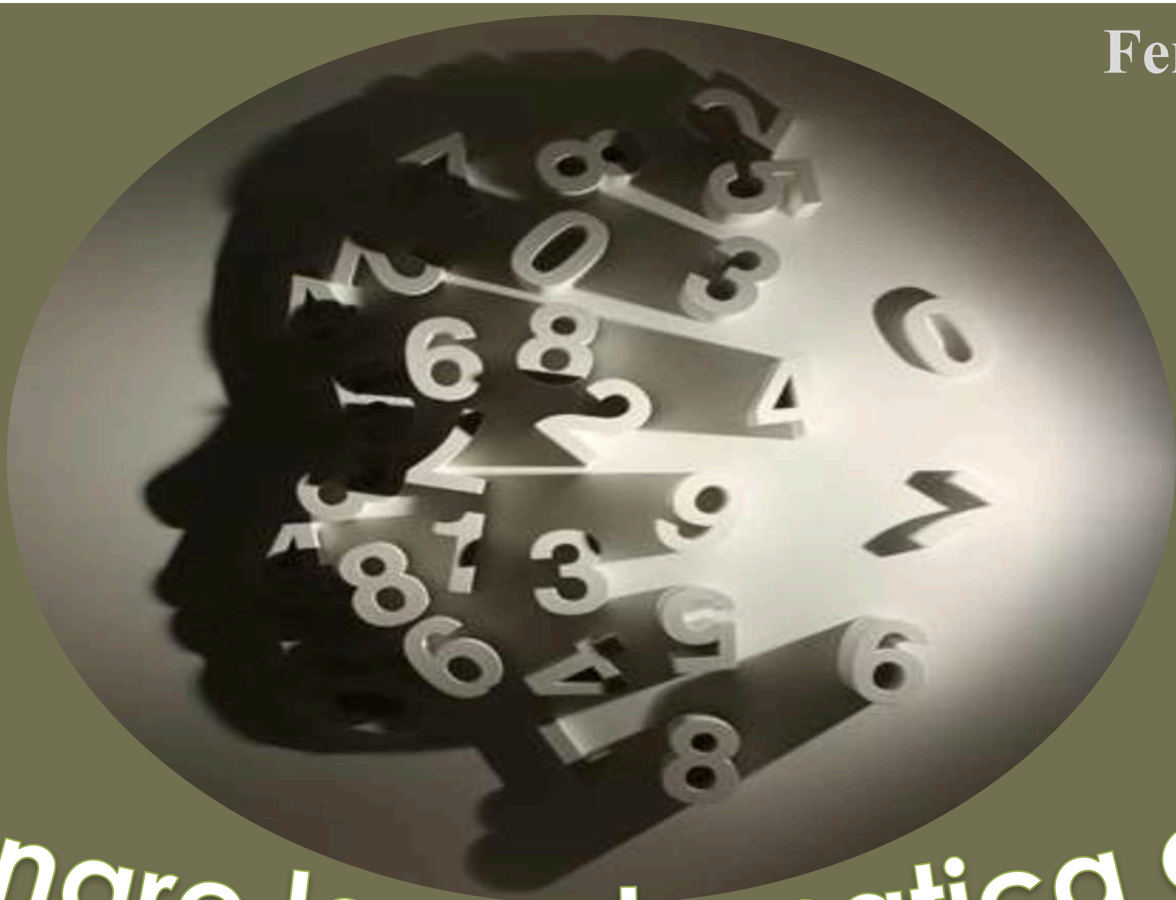
Ferrara 31-10-2014



Insegnare la matematica oggi: come e che cosa?

Ferdinando Arzarello, Univ. di Torino

Una domanda ineludibile:

“Il 65% dei bambini che iniziano le elementari farà un lavoro che oggi non esiste.
E allora, che cosa deve insegnare la scuola oggi?”

(Business Insider Italia, 4/6/2017)

CAMBIAMENTI

Scuola ⇄ **Società**

Indice

CAMBIAMENTI

Scuola ⇄ **Società**

che fare?

Metodologia → **ΠΑΙΔΕΙΑ 2.0** ← Contenuti

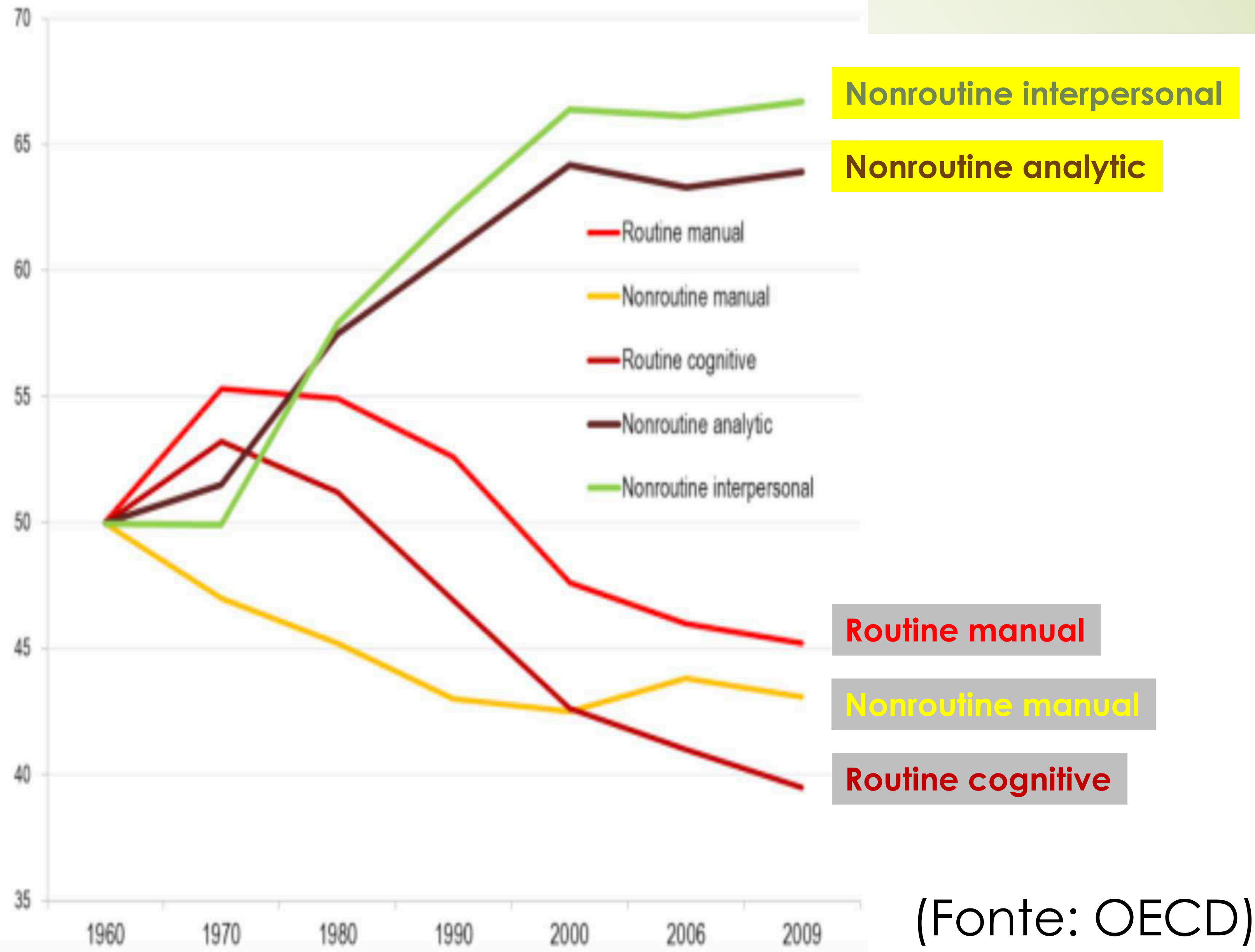
Conclusioni

a

Cambiamenti richiesti alla comunità educativa

L’ internazionalizzazione e la globalizzazione dell’economia, l’universalità dello sviluppo tecnologico e i bisogni relativi per nuove competenze portano a parlare delle nuove **competenze del 21° secolo.**

In particolare, molti richiedono riforme curricolari che portino a standard unificati per la matematica nella scuola.



70
65
60
55
50
45
40
35
1960
1970
1980
1990
2000
2006
2009
Routine manual
Nonroutine manual
Routine cognitive
Nonroutine analytic
Nonroutine interpersonal
Nonroutine interpersonal
Nonroutine analytic
Routine manual
Nonroutine manual
Routine cognitive

(Fonte: OECD)

21st-century skills relevant to math

Critical thinking

Research and inquiry

Creativity

Communication

Reflection

Self-direction

PERSISTENCE

Information use

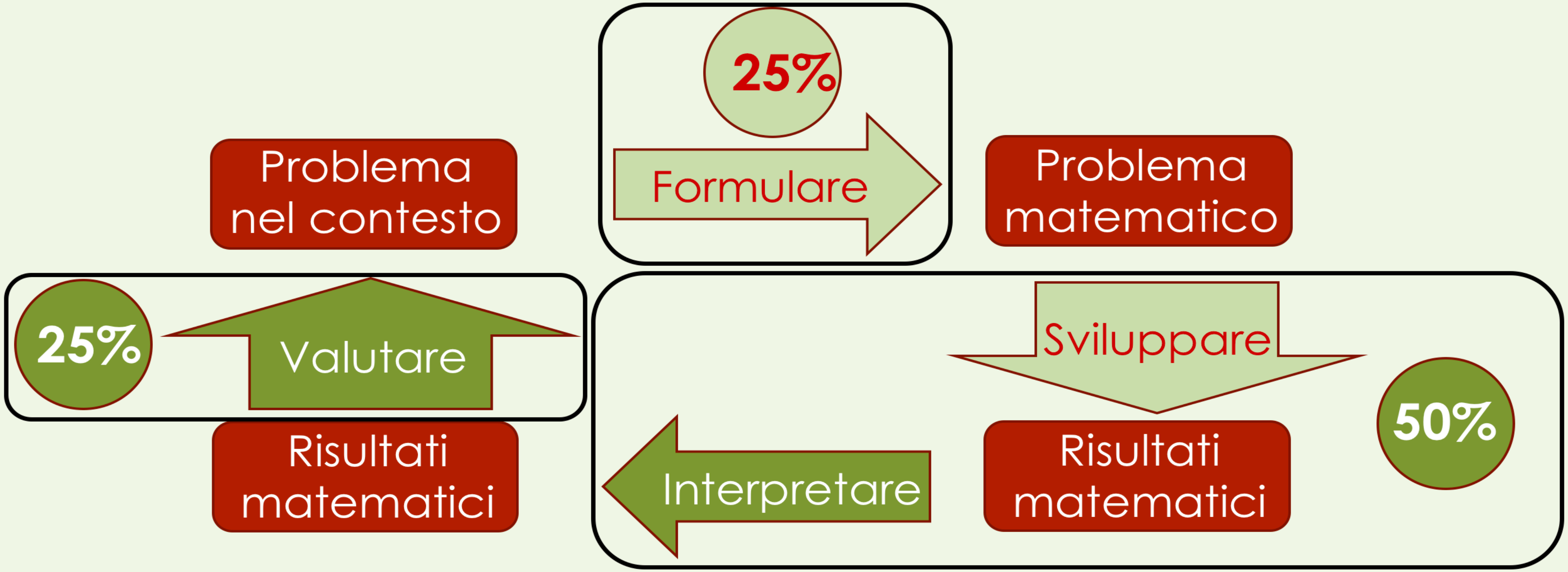
Initiative

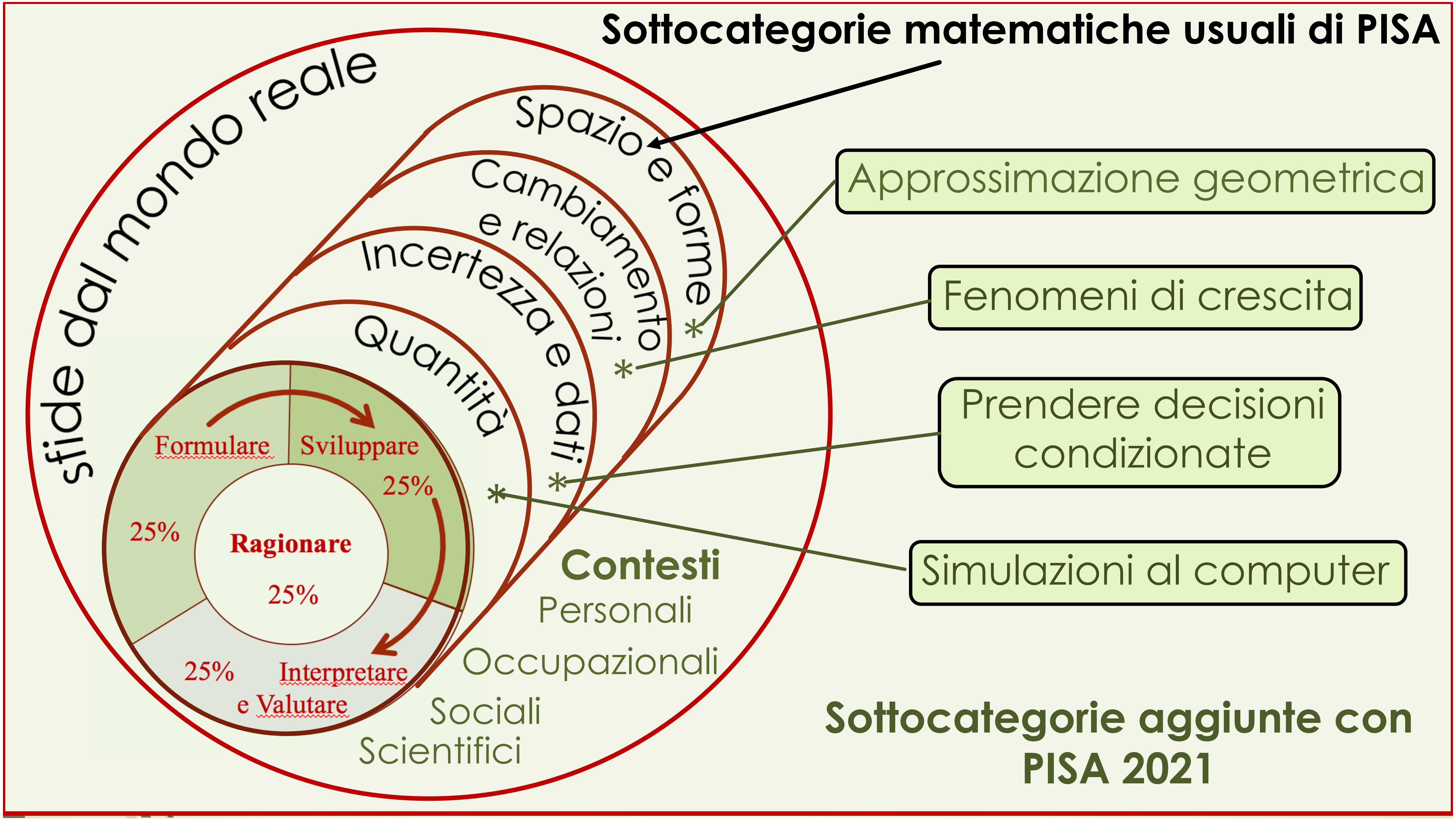
Systems thinking

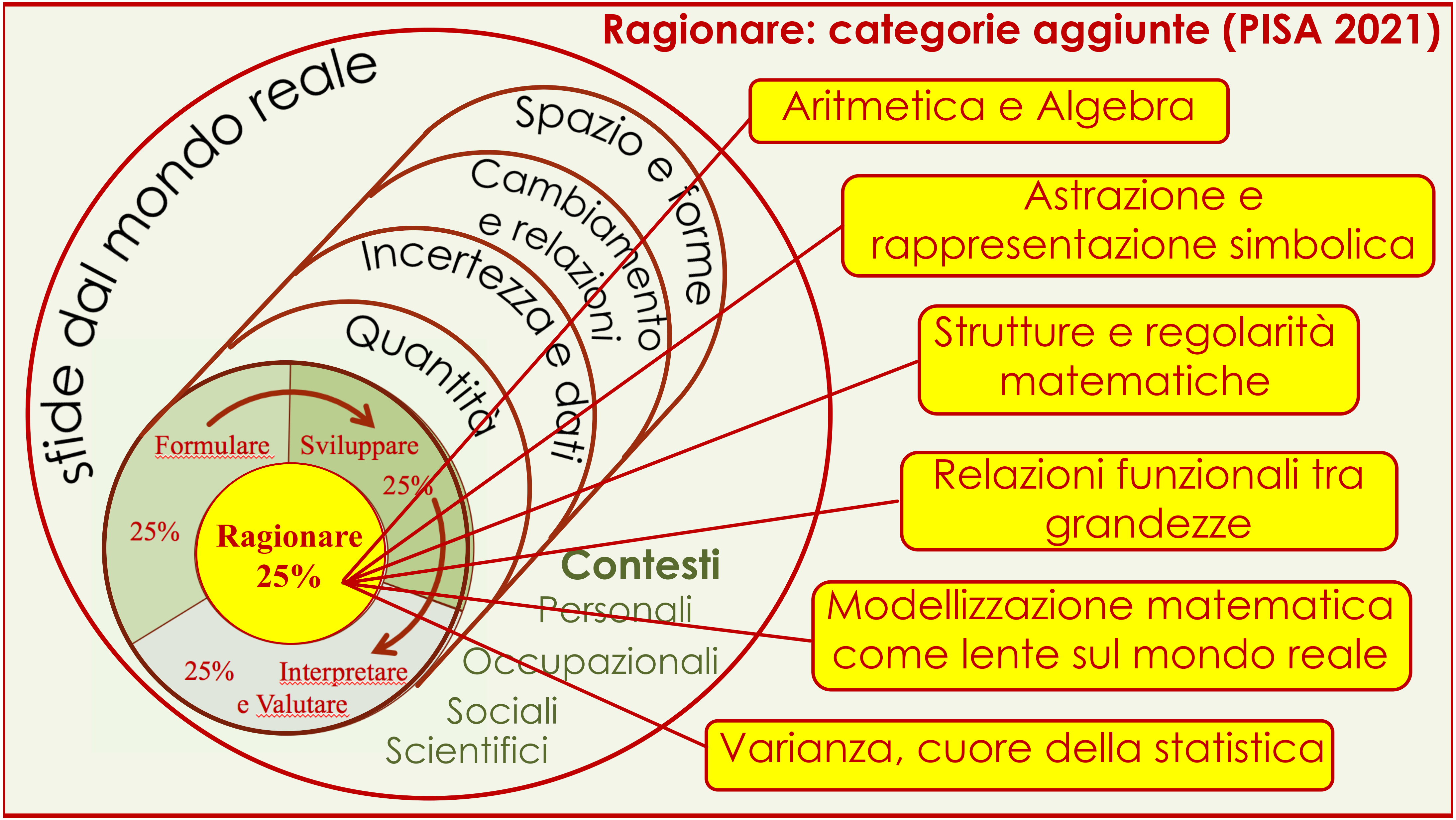
Cambiamenti nella definizione di “alfabetizzazione matematica”: da PISA 2015 a PISA 2021

Pensare e agire matematicamente
Concetti, conoscenze e abilità matematiche
Capacità matematiche fondamentali: Comunicazione, Rappresentazione, Individuazione di strategie, Matematizzazione, Ragionare e argomentare, Uso dei simboli e del linguaggio formale e tecnico, Uso di strumenti matematici.
Processi: Formulare, Sviluppare, Interpretare, Valutare

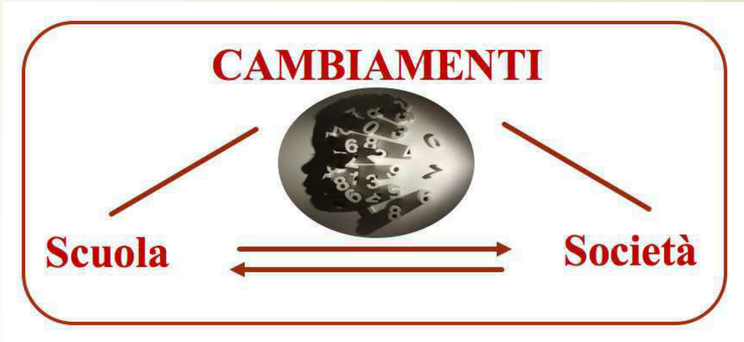
PISA 2012




Sottocategorie matematiche usuali di PISA
sfide dal mondo reale
Spazio e forme
Cambiamento e relazioni
Incertezza e dati
Quantità
Formulare
Sviluppare
25%
25%
Ragionare
25%
25%
Interpretare e Valutare
Approssimazione geometrica
Fenomeni di crescita
Prendere decisioni condizionate
Simulazioni al computer
Contesti
Personali
Occupazionali
Sociali
Scientifici
Sottocategorie aggiunte con PISA 2021



Ragionare: categorie aggiunte (PISA 2021)
sfide dal mondo reale
Spazio e forme
Cambiamento e relazioni
Incertezza e dati
Quantità
Formulare
Sviluppare
25%
25%
Ragionare 25%
25%
Interpretare e Valutare
Contesti
Personali
Occupazionali
Sociali
Scientifici
Aritmetica e Algebra
Astrazione e rappresentazione simbolica
Strutture e regolarità matematiche
Relazioni funzionali tra grandezze
Modellizzazione matematica come lente sul mondo reale
Varianza, cuore della statistica

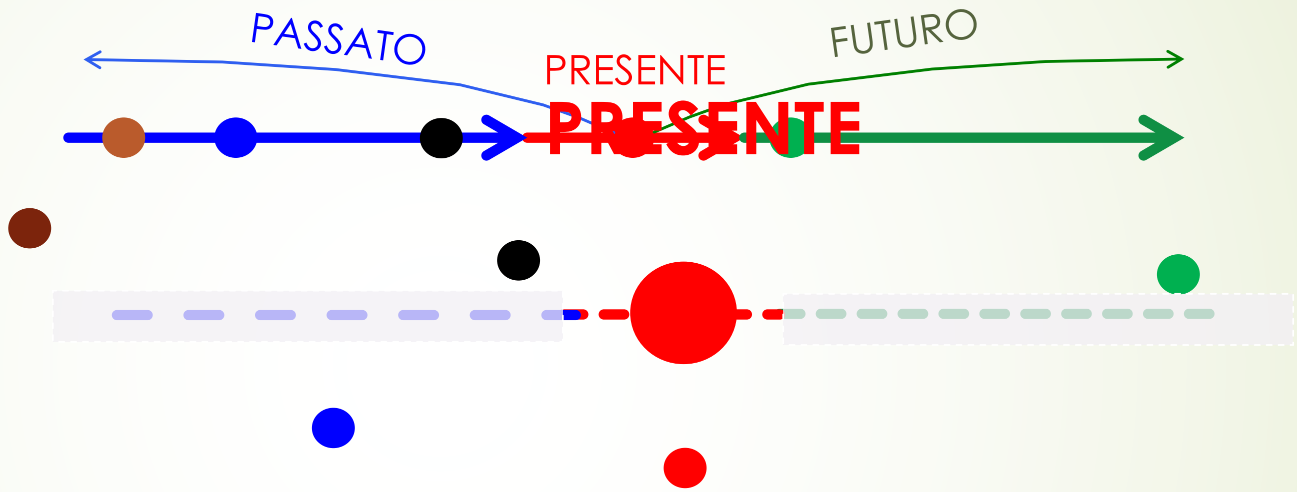


b

Cambiamenti nella società

Z. Bauman: la società liquida postmoderna

Puntillizzazione del tempo (*pointillist time*)



- **Dissoluzione della trama** che collega il momento presente al passato e al futuro (*nowist culture*)

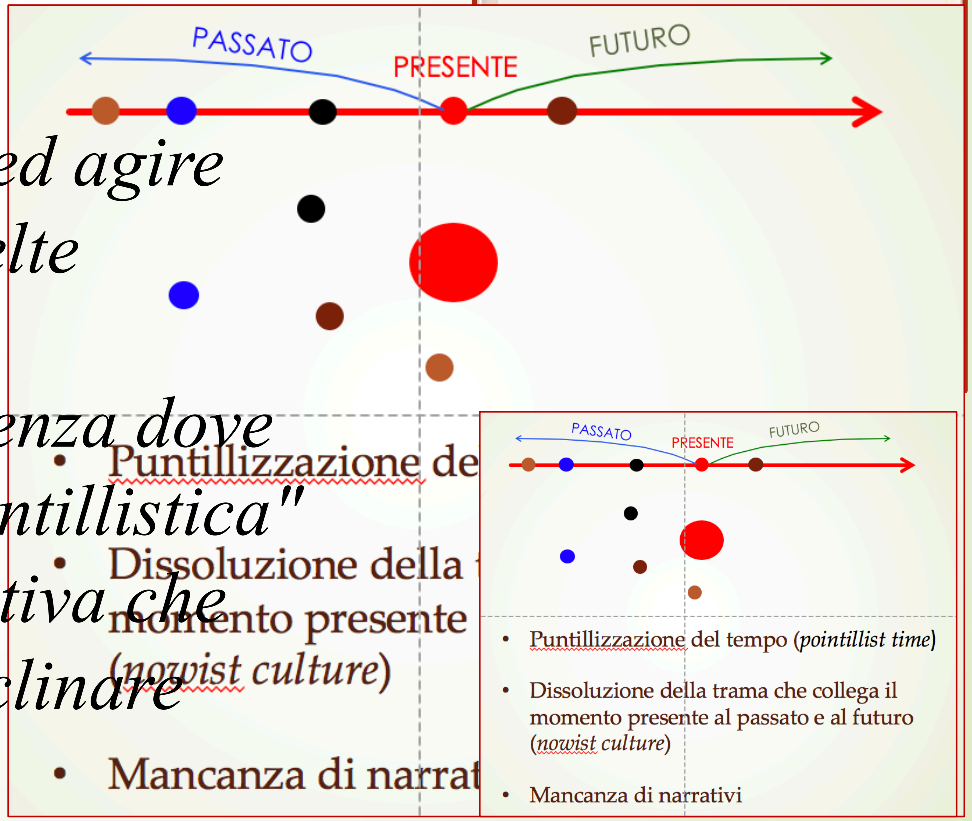
- **Mancanza di narrativi**

Troppa informazione = informazione zero

Le scelte educative nella società liquida

L'**empowerment** come **educazione alla cittadinanza**, un asse che colleghi passato, presente e futuro:

"capacità di compiere scelte ed agire efficacemente in base alle scelte compiute [...]
legando le scelte in una sequenza dove il tempo non è una trama "puntillistica" di attimi, ma una curva evolutiva che solo la nostra volontà può inclinare verso l'alto o verso il basso."



Le scelte educative nella società liquida:

la ΠΑΙΔΕΙΑ 2.0

come progetto educativo per la scuola del XXI secolo

Quale ruolo per la matematica?

Come realizzare l'empowerment,
cioè un asse che colleghi passato, presente e futuro?

Dalle INDICAZIONI

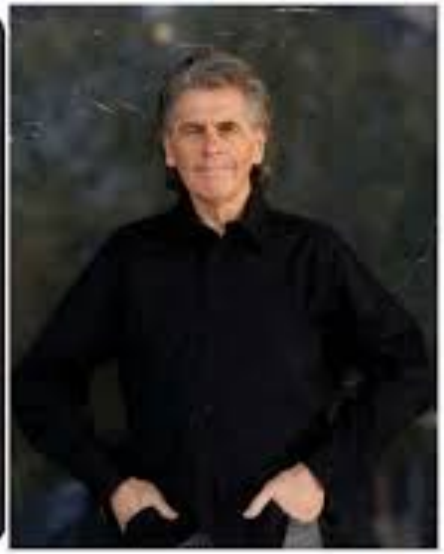
Fare acquisire il senso e la portata dei tre principali momenti che caratterizzano la formazione del pensiero matematico:

1. la matematica nella civiltà greca;
2. il calcolo infinitesimale in relazione alla Rivoluzione Scientifica;
3. i processi di matematizzazione che caratterizzano la formazione della matematica moderna.

EVITARE UN’IMMAGINE MUSEALE DELLA MATEMATICA

È necessario che i ragazzi intuiscano le profonde e lontane ragioni anche dei calcoli più elementari e che comprendano che le matematiche non servono solo a misurare torri, ma ci permettono di seguire nelle loro vie misteriose i mondi che vediamo roteare intorno a noi, ci consentono per accostarci al viver nostro, di tracciare ed inalzare edifici e di trattenere forze, sollevar macigni, forare monti, creare le macchine più mirabili e potenti e lanciarle oltre i continenti e gli oceani e attraverso i cieli.

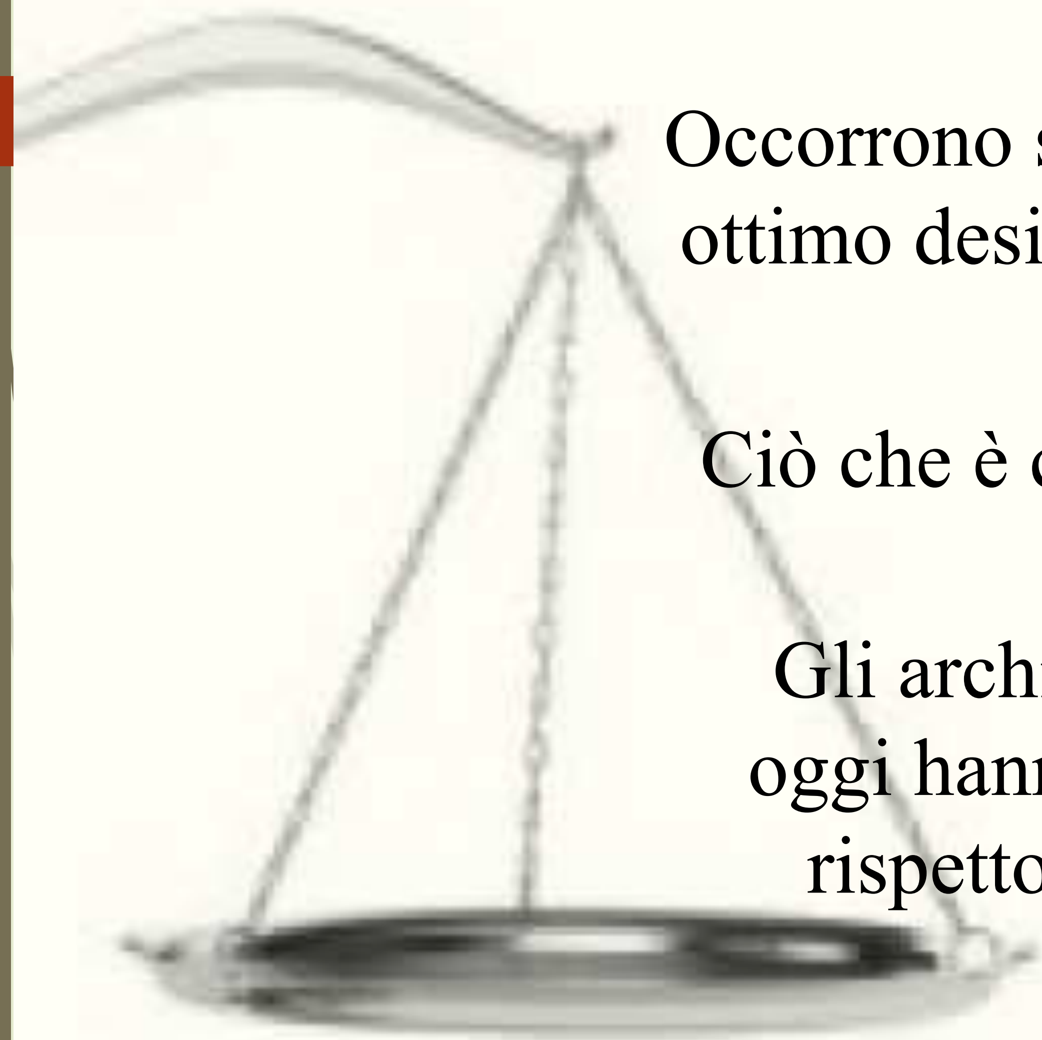
[G. Vailati 1910, p. 47]



140 anni

14 anni

Perché tanto tempo in più?



Perché tanto tempo in più?

Occorrono sempre una buona architettura, un ottimo design e sistemi validi di costruzione.

I principi di base sono gli stessi.

Ciò che è cambiato sono gli strumenti di cui si dispone.

Gli architetti, i progettisti e i costruttori di oggi hanno bisogno di competenze diverse rispetto ai loro antenati delle generazioni precedenti.

Oggi, dobbiamo finalizzare l’insegnamento alla comprensione (understanding)

Il ruolo delle ICT

nell’insegnamento della matematica nel quadro di un progetto generale per il progetto ΠΑΙΔΕΙΑ 2.0.

In particolare:

Nativi - Immigranti digitali

Digitali - Digitanti

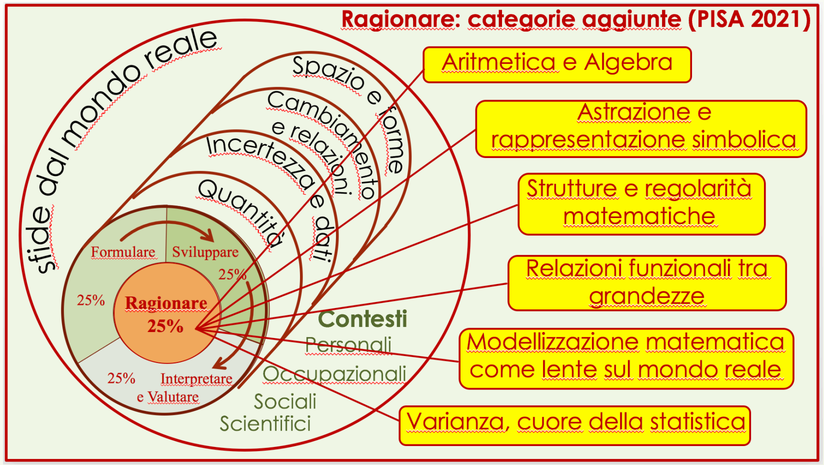
CAMBIAMENTI

Scuola ⇄ Società

che fare?

?

Metodologia



?

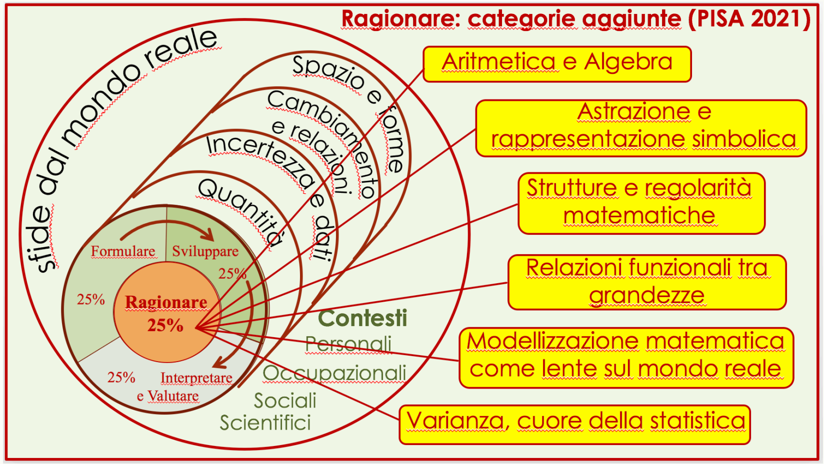
Contenuti

Esempi

ΠΑΙΔΕΙΑ 2.0

Metodologia

Contenuti



1

2

La Ricerca Variata

Le Funzioni e il Cambiamento

1

Il Metodo della Ricerca Variata (MRV)

La introdurrò con una situazione di classe: il mio gruppo a Torino l'ha introdotta sia nel I sia nel II ciclo scolastico.

Vi prego di rispondere non pensando di essere i vostri studenti ma così come vi viene naturale.

S. I. Brown & M.I. Walter, The Art of Problem Posing, 2005, Lawrence Erlbaum publ.
A. Schoenfeld, Problematizing the didactic triangle, ZDM, 2012.

Passo 1: "Quali risposte sono possibili?"

Scarabocchiando dei conti ho prodotto questa configurazione:

1	3	3
2	4	8
3	5	15
4	6	24
5	7	35

DOMANDA 1 (D1) : *"Che cosa osservate?"*

Per esempio gli allievi osservano che:

O1. Ci sono sempre due fattori, che riproducono la successione dei naturali partendo da 1 e da 3.

O2. In ogni uguaglianza i fattori differiscono di 2.

O3. I prodotti ottenuti (3, 8, 15, 24, 35) sono quasi quadrati perfetti: manca 1 per ottenerli.

O4. Anche le differenze tra i prodotti formano uno schema interessante:

1 • 3	3
2 • 4	8
3 • 5	15
4 • 6	24
5 • 7	35

8 - 3	5
15 - 8	7
24 - 15	9
35 - 24	11

O5. ...

Si può anche suggerire di usare un foglio excel per estendere la tabella:

1	3	3
2	4	8
3	5	15
4	6	24
5	7	35
6	8	48
7	9	63
8	10	80
9	11	99
10	12	120
11	13	143
12	14	168
13	15	195
14	16	224
15	17	255

Si può anche suggerire di usare un foglio excel per estendere la tabella:

1	3	3
2	4	8
3	5	15
4	6	24
5	7	35
6	8	48
7	9	63
8	10	80
9	11	99
10	12	120
11	13	143
12	14	168
13	15	195
14	16	224
15	17	255

2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81
10	100
11	121
12	144
13	169
14	196
15	225
16	256

Passo 2: "Come sarebbe se … ?"

Cambiamo per es. la O2 [diff. fattori = 2]: supponiamo ora che i fattori differiscano di 4. Otteniamo:

1 • 5	5
2 • 6	12
3 • 7	21
4 • 8	32
5 • 9	45

Ricordando l'osservazione O3 [quadrati] ci si domanda (D1)*:

- e i quadrati?
- ci saranno ancora?
- li possiamo scoprire di nuovo?

A caccia dei quadrati (D2):

1 • 5	5
2 • 6	12
3 • 7	21
4 • 8	32
5 • 9	45

1 • 5	5	4 + 1	9 – 4
2 • 6	12	9 + 3	16 - 4
3 • 7	21	16 + 5	25 - 4
4 • 8	32	25 + 7	36 - 4
5 • 9	45	36 + 9	49 - 4

Qual è più “simile” all’osservazione O3: A o B?

x•y	=	O3
1 • 3	3	4 - 1
2 • 4	8	9 - 1
3 • 5	15	16 - 1
4 • 6	24	25 - 1
5 • 7	35	36 -1

x•y	=	A	B
1 • 5	5	4 + 1	9 – 4
2 • 6	12	9 + 3	16 - 4
3 • 7	21	16 + 5	25 - 4
4 • 8	32	25 + 7	36 - 4
5 • 9	45	36 + 9	49 - 4

(D1.1)* Perché?

Siamo partiti dalle osservazioni:

O1. Ci sono sempre due fattori, che riproducono la successione dei naturali partendo da 1 e da 3.

O2. In ogni uguaglianza i fattori differiscono di 2.

O3. I prodotti ottenuti (3, 8, 15, 24, 35) sono quasi quadrati perfetti: manca 1 per ottenerli

O4. Anche le differenze tra i prodotti formano uno schema interessante.

Abbiamo modificato O2(2) passando a O2(4) e poi abbiamo cercato nei risultati ottenuti la condizione più simile a O3, sia (O3)*, e dato una risposta R1 del tipo:

O2(4) → (O3)*.

Vediamo se possiamo proseguire su questa strada?

x•y	=	O3**
1 • 7	7	□ - d
2 • 8	16	□ - d
3 • 9	27	□ - d
4 • 10	40	□- d
5 • 11	55	□ -d

E poi?

E poi ancora?

…

Il linguaggio algebrico può alla fine spiegare queste regolarità:

$x = n$
$y = n + 2k$
$x \bullet y = n \bullet (n + 2k)$
$x+y = 2n + 2k$
$(n + k)^2 = n^2 + 2k + k^2$
$[(x+y)/2]^2 = (n + k)^2 - k^2$

1 • 5	5
2 • 6	12
3 • 7	21
4 • 8	32
5 • 9	45

e anche qualcosa in più...

Qualche commento:
il Metodo della Ricerca Variata

Riassumiamo in uno schema quanto abbiamo fatto:

I. Una situazione: osservare, formulare domande, dare risposte

II. Modificare una (o più) osservazioni (quindi variando la situazione)

III. Nascono nuove osservazioni, ulteriori domande (e risposte)

Perché è così?

Che cosa capita se non è così?

L'intero processo può essere così schematizzato attraverso vari livelli (*metodo della ricerca variata,* **MRV**):

Livello 0. Scegliere una situazione di partenza da esplorare

Livello 1. Fare l'elenco degli attributi; fare domande

Livello 2. Che cosa capita se non è così

Livello 3. Porre conseguenti questioni/ problemi

Livello 4. Analizzare le risposte

Livello 5. Descrivere la situazione con il seguente schema:

Se è così…allora succede che…

Se non è così…allora succede che…

Come mai?

MRV ha conseguenze didattiche e cognitive importanti e si presta a un'analisi epistemologica proficua per le pratiche d'insegnamento.

MRV promuove il pensiero ipotetico

Le attività argomentative in cui si producono ipotesi o si generano condizionalità sono riconducibili a due modalità principali

[…]

La prima modalità è caratterizzata dalla produzione di *congetture interpretative* di ciò che si vede (percepisce), ad es. al fine di organizzarlo.

La seconda è caratterizzata dalla produzione di *congetture previsionali* (ad es. ipotesi su una situazione futura).

(Dalla Matematica per il Cittadino, 2001)

MRV è un motore per il ragionamento e le argomentazioni

Si può intendere in generale l'attività argomentativa come un discorso:

- che permette al soggetto di tornare su ciò che si è fatto, visto (ecc.), producendo interpretazioni, spiegazioni, risposte a domande del tipo "perché è così?"

- che permette al soggetto di anticipare fatti, situazioni, ecc., producendo previsioni, discorsi ipotetici su mondi possibili, risposte a domande "come sarà?", "come potrebbe essere?"