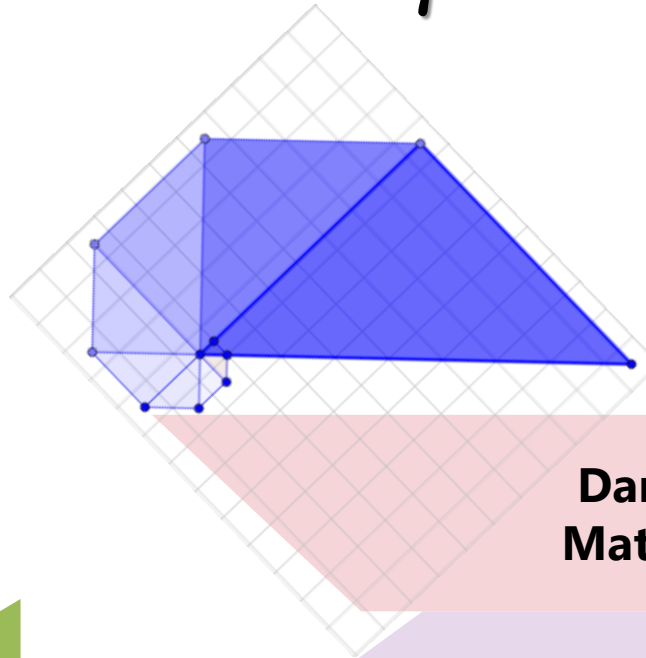


GeoGebra...agora:

Breve passeggiata pitagorica
tra figure, numeri e... problemi



**Daniela Gambi,
Mathesis Ferrara**

**Laboratorio di GeoGebra,
19 Gennaio 2017**



Schema di sviluppo del laboratorio

- GeoGebra 2D e 3D: elementi essenziali per le costruzioni
- Equivalenza e equiscomposizione: alcuni esempi
- Pitagora «secondo Euclide»: la prop. XLVII degli Elementi
- Altre dimostrazioni
- Generalizziamo: poligoni «pitagorici»
- Pitagora e la costruzione dei numeri irrazionali
- *Pitagora e «altre storie»: applicazioni in ambito matematico e fisico (segmenti, vettori, trigonometria...) ?*
- Pitagora3D
- Proposte biblio-sitografiche

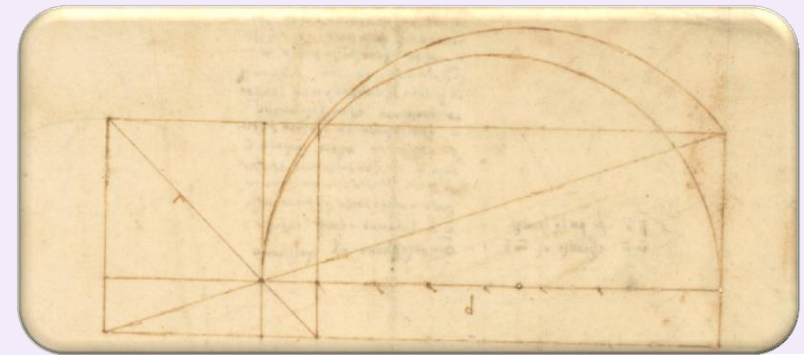
GeoGebra 2D e 3D: elementi essenziali per le costruzioni

- Il menu di GeoGebra
- Il protocollo di costruzione
- La barra di navigazione
- Le finestre Grafici, Algebra, Foglio di calcolo, CAS e Grafici 3D
- Inserimento immagini
- Uso di Caselle di controllo e di Pulsanti

Equivalenza e equiscomposizione: alcuni esempi “prerequisiti”

Esempi di semplici costruzioni:

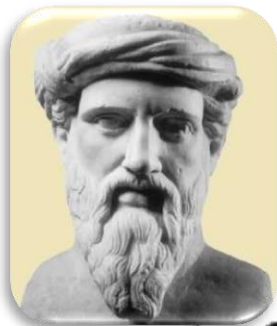
- A. Triangoli equivalenti
- B. Triangoli e parallelogrammi equivalenti
- C. Triangoli e trapezi equiscomponibili
- D. Dai triangoli ai poligoni
- E. Dai poligoni ai triangoli
- F. Poligoni equivalenti o equiscomponibili



*Leonardo, Codice Atlantico, Foglio
544 r- 1503-1505 circa*

Pitagora «secondo Euclide»

Alessandria d'Egitto, 300 a.C. circa



PROPOSIT. XLVII.

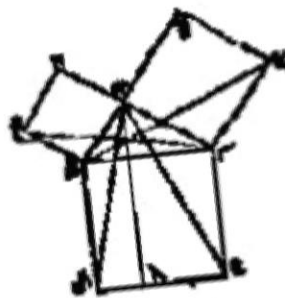
Theorema.

ΕΝ τοῖς ὀρθογωνίοις τετραγώνοις: τὸ ἀπὸ τῆς πλά ὀρθῆς γωνίας ὑποτείνουσας πλευρᾶς τετραγώνου ἰσὺν ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν πλά ὀρθῶν γωνιῶν περιεχθεῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

In triangulis rectangulis: quadratum lateris angulum rectum subtendentis, est æquale quadratis laterum, rectum angulum continentium.

ἢ ἐκθεσις.

Sit triangulus rectangulus $\alpha\beta\gamma$, habens an-



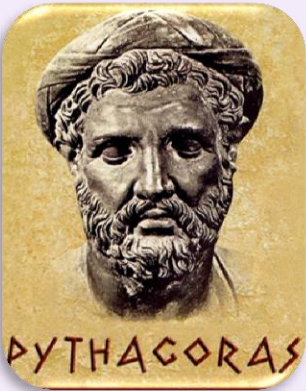
gulum $\beta\alpha\gamma$ rectum. *ὁ διόρισμός.* Dico quod quadratum lateris $\beta\gamma$, est æquale quadratis laterum $\beta\alpha$, $\alpha\gamma$. *ἢ κατὰ τὴν ἐκθεσίν.* Describatur à linea $\beta\gamma$, quadratum $\beta\delta\gamma\epsilon$. Item à linea $\beta\alpha$ quadratum $\beta\alpha\epsilon$. Præterea à linea $\alpha\gamma$ quadratum $\gamma\delta\epsilon$. Ducatur per punctum α , alterutri linearum $\beta\delta$, $\gamma\epsilon$, æquidistans recta linea $\alpha\lambda$. Ducantur duæ lineæ rectæ $\alpha\delta$, $\alpha\gamma$.

Immagine tratta dall'edizione degli Elementi del 1566, conservata nella Biblioteca dell'Ohio State University

Altre dimostrazioni



« Non so di nessun altro uomo
che abbia avuto altrettanta influenza nella sfera del pensiero».
Bertrand Russell



Samo, 570 a.C. circa – Metaponto, 495 a.C. circa

Del teorema di Pitagora con relativa dimostrazione ci sono tracce in vari continenti, in culture e secoli diversi, anche in epoche anteriori a quella del matematico di Samo! Nel 1940 Loonis pubblicò *The Pythagorean Proposition* che contiene ben 370 diverse dimostrazioni del teorema.

Dimostrazione Indiana

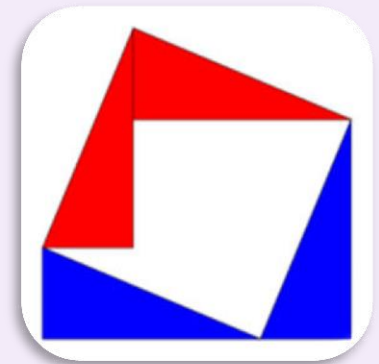
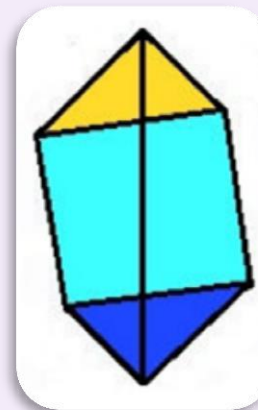
Baskara

Leonardo da Vinci

Garfield

Airy

Perigal

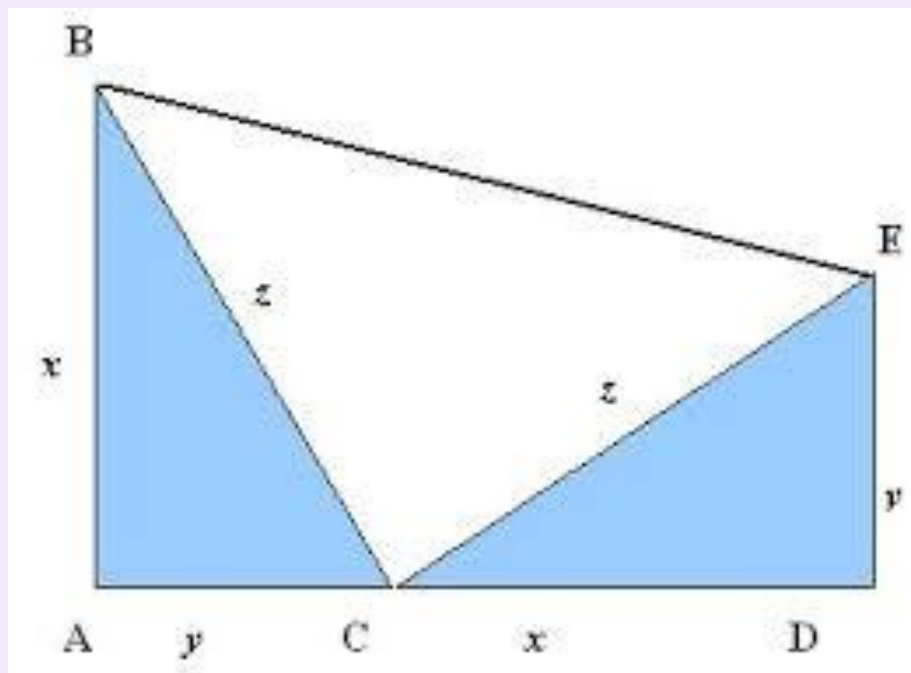


Pitagora for President

- Prima di diventare Presidente degli Stati Uniti (1880), J.A. Garfield nel 1876 ideò una semplice e originale dimostrazione del teorema di Pitagora: "Questo è qualcosa su cui i due rami del parlamento potranno essere d'accordo".



1831-1881

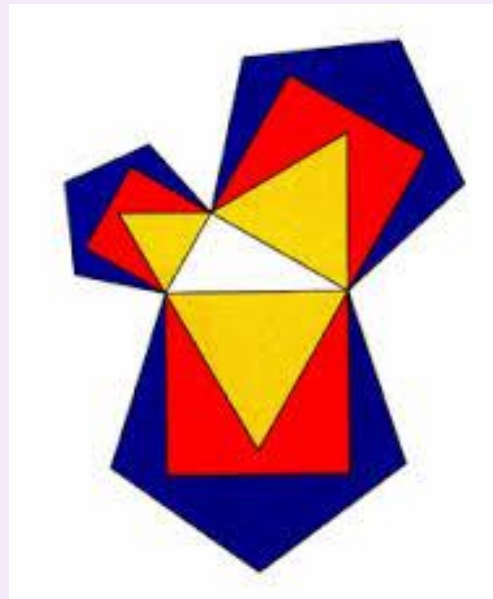


Generalizziamo: poligoni «pitagorici»

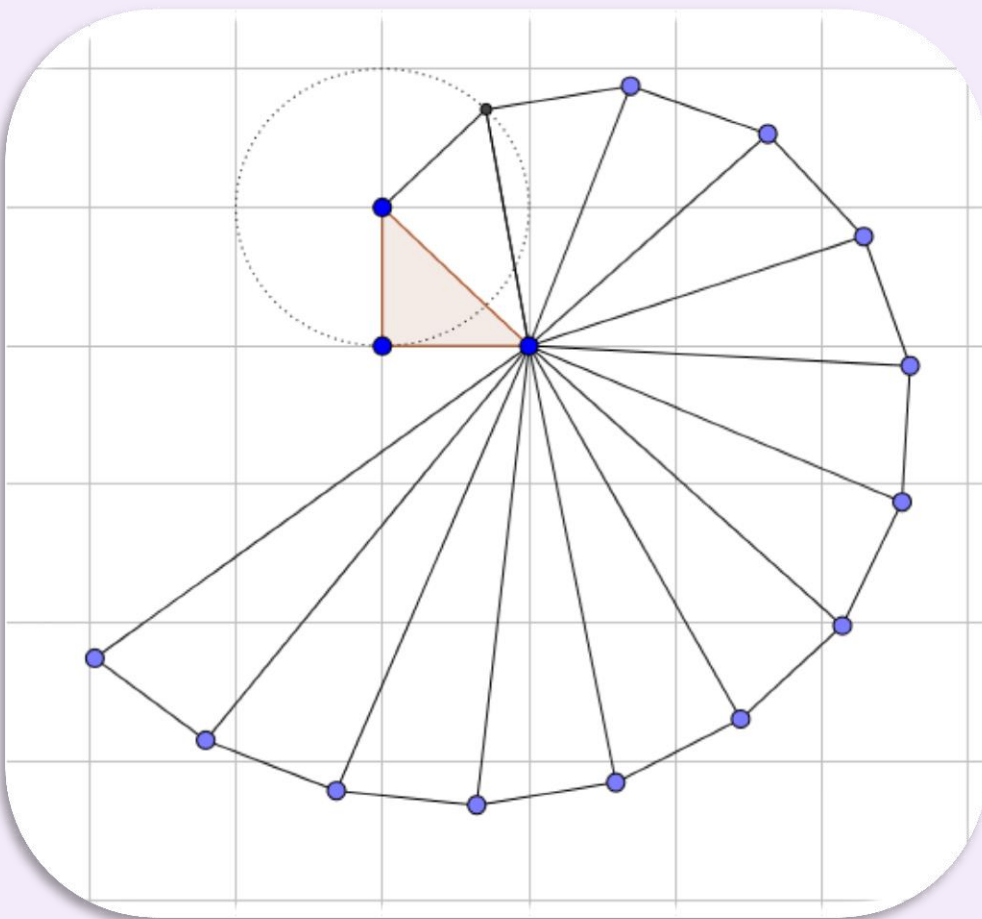


- Se costruiamo poligoni regolari di $n > 3$ lati su ciascun lato del triangolo rettangolo?
- E se costruiamo su cateti e ipotenusa figure geometriche simili, convesse o concave?

Vale ancora il teorema di Pitagora?



Pitagora e la costruzione dei numeri irrazionali



Con un procedimento ricorsivo ,
a partire dal triangolo rettangolo
isoscele di lato 1, si costruisce una
successione di triangoli rettangoli
di base la diagonale di ciascun
triangolo.

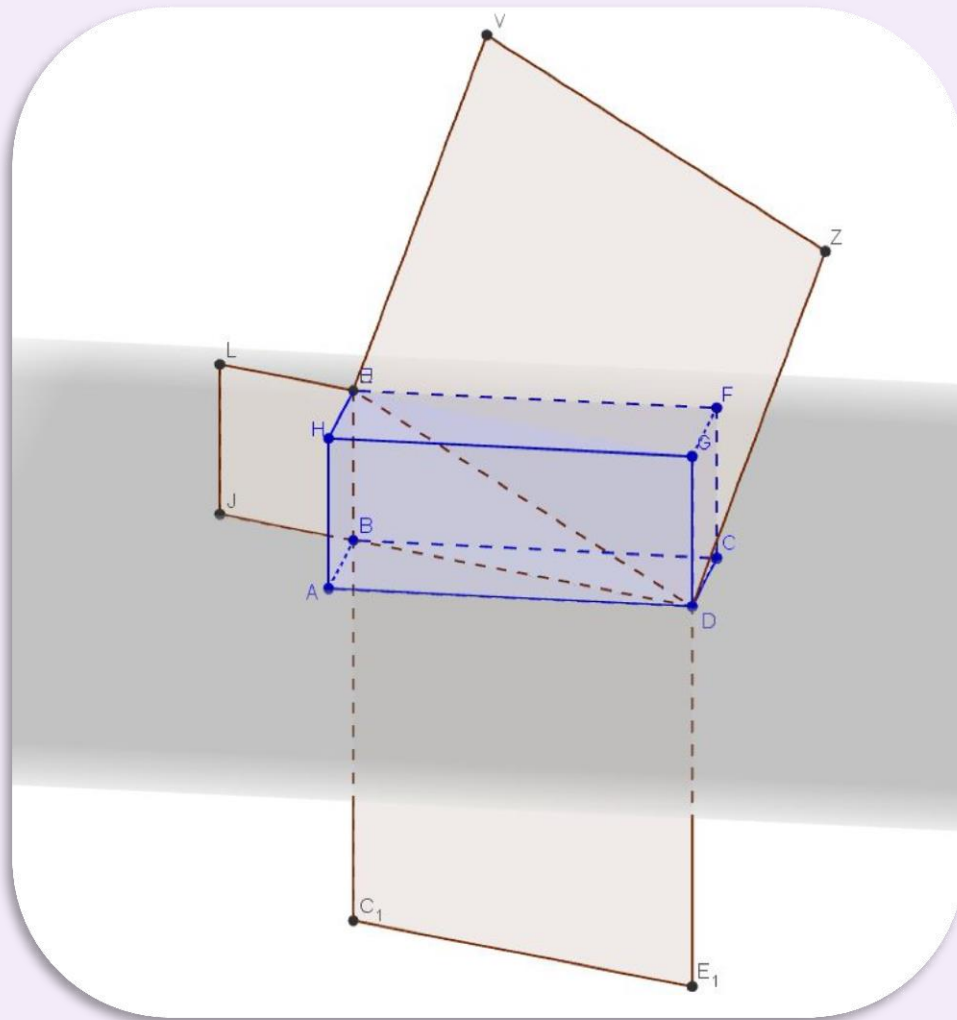
Ciò permette di visualizzare una spirale,
nella quale le diagonali sono le radici
quadrate dei numeri interi positivi.

Pitagora e «altre storie»: alcune applicazioni in ambito matematico e fisico

- La distanza tra punti nel piano cartesiano
- La relazione fondamentale della goniometria
- Il teorema del coseno
- I vettori, per determinare il modulo
- La determinazione del fattore lorentziano nella relatività ristretta

Pitagora3D (a cura di Filippo Bighi)

Un esempio di semplice visualizzazione con la vista 3D di GeoGebra



Proposte biblio-sitografiche



- www.geogebra.org/
- <http://www.scienzaatscuola.it/euclide/home/>
- <http://areeweb.polito.it/didattica/polymath/>
- <http://crf.uniroma2.it/wp-content/uploads/2011/02/01-ludi-geometrici-di-Leonardo-da-Vinci.pdf>

- E. Castelnuovo, Matematica nella realtà, Boringhieri
- G.Israel, A.M.Gasca, Pensare in matematica, Zanichelli

- *Per realizzare videotutorial di costruzioni GeoGebra, si può utilizzare Apowersoft*
<http://www.apowersoft.it/registratore-gratuito-online-dello-schermo>