ESPLORAZIONE n°2: la proposizione XLVII degli Elementi di Euclide

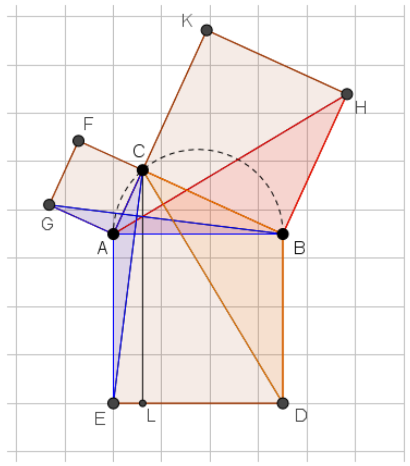
In triangulis rectangulis: quadratum lateris angulum rectum subtendentis, est æquale quadratis laterum, rectum angulum continentium.

Nei triangoli rettangoli, il quadrato sul lato
che sottende l'angolo retto
è uguale ai quadrati sui lati
che comprendono l'angolo retto

Gli elementi portanti della costruzione (e i relativi strumenti del Menu):

1. tracciare il segmento AB (**Segmento)**
2. disegnare la semicirconferenza di diametro AB (**Semicirconferenza per due Punti**)
3. tracciare il punto C sulla semicirconferenza (**Punto su un oggetto**)
4. disegnare il triangolo ABC con vertice C (**Poligono**)
5. costruire i tre quadrati sui lati del triangolo ABC (**Poligono regolare**)
6. tracciare la parallela passante per A al lato BD (**Parallela**)
7. disegnare i segmenti AD, AE,AL,FC (**Segmento**)

La dimostrazione (Traduzione del procedimento seguito da Euclide, libro I)



ABC triangolo rettangolo con *BÂC* retto: dico che il quadrato su *BC* è uguale alla somma dei quadrati su *BA* e *AC*.
Si descriva infatti su AB un quadrato ABDE (Prop.XLVI), su BC e AC i quadrati AFe KB, e per C si conduca la parallela CL a uno o all'altra delle BD, AE (Prop.XXXI); si congiunga C con D e E con C (Postulato I).
E poiché l'uno e l'altro degli angoli FCA e ACB è retto, su una certa retta CA e su un punto A su di essa due rette FC e CB che non sono poste dalla stessa parte formano pertanto angoli consecutivi la cui somma è uguale a due retti (Prop.XIV): FC è quindi allineato con CB. Per gli stessi motivi anche CA è allineato con CH.
E poiché l'angolo ABC è uguale all'angolo GAC, entrambi retti (Def.XXII), si sommi ABC comune: EAC totale è quindi uguale a GAB totale. E poiché EA è uguale a AB e GA a AC, due rette EA, GA sono pertanto rispettivamente uguali a due rette AB, AC; e l'angolo EAC è uguale all'angolo GAB: la base CE è quindi uguale alla base GB, e il triangolo ACE è uguale al triangolo GAB (Prop.IV).
E **doppio del triangolo** ACE è il **parallelogrammo AL**, hanno infatti la stessa base AE e sono nelle stesse parallele AE, CL; e doppio del triangolo GAB è il quadrato FB, hanno di nuovo la stessa base GA e sono nelle stesse parallele GA, FB (Prop.XLI). **E i doppi degli uguali sono anche uguali tra loro**. Il parallelogrammo AL è quindi uguale al quadrato GB.
Analogamente, congiunte CD, AH, anche il parallelogrammo BL si dimostrerà uguale al quadrato KB; il quadrato ABDE totale è quindi uguale ai due quadrati GB, HC (Nozioni Comuni II). Ed è il quadrato ABDE descritto su AB, e FA, KB su AC, BC. Il quadrato sul lato AB è quindi uguale alla somma dei quadrati sui lati AC e BC.

Costruzioni ggb

pit1.ggb

IN-DEPTH -TIPS

* Colori dinamici