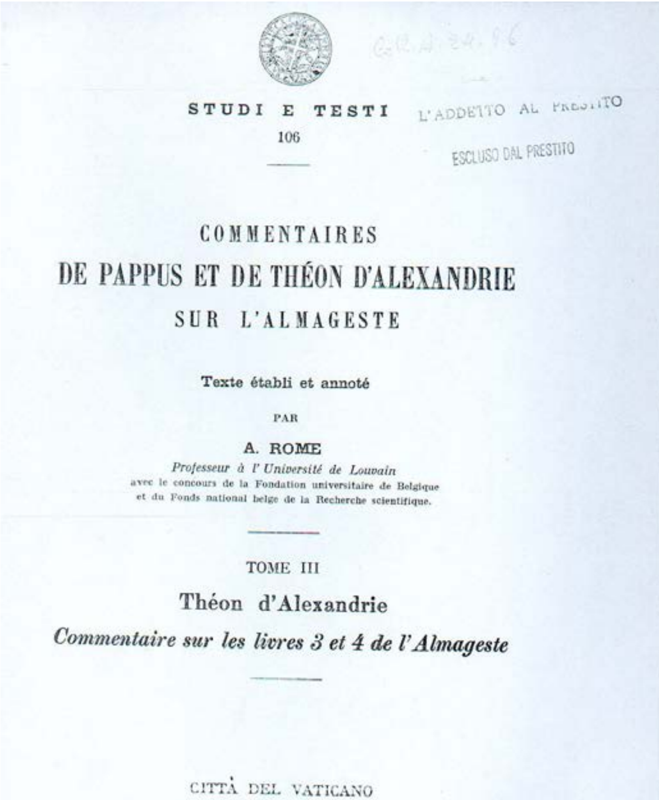
Algebra, Aritmetica e Geometria nel Medioevo islamico VIII-XVI sec.

Clara Silvia Roero

Ferrara 15 marzo 2017

Teone e Ipazia di Alessandria


STUDI E TESTI
106

COMMENTAIRES
DE PAPPUS ET DE THÉON D'ALEXANDRIE
SUR L'ALMAGESTE

Texte établi et annoté

PAR

A. ROME

Professeur à l'Université de Louvain
avec le concours de la Fondation universitaire de Belgique
et du Fonds national belge de la Recherche scientifique.

TOME III

Théon d'Alexandrie

Commentaire sur les livres 3 et 4 de l'Almageste

CITTÀ DEL VATICANO

᾿Εκδόσεως παραναγνωσθείσης τῇ φιλοσόφῳ
θυγατρί μου ῾Υπατίᾳ.

Edizione riveduta da mia figlia, la filosofa Ipazia

ΘΕΩΝΟΣ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ

ΥΠΟΜΝΗΜΑ.

COMMENTAIRE DE THÉON D'ALEXANDRIE,

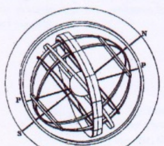
SUR LE LIVRE III DE L'ALMAGESTE DE PTOLEMÉE;

TABLES MANUELLES DES MOUVEMENS DES ASTRES,

TRADUITES POUR LA PREMIÈRE FOIS DU GREC EN FRANÇAIS, SUR LES MANUSCRITS DE LA BIBLIOTHÈQUE DU ROI,

PAR M. L'ABBÉ HALMA

Chanoine honoraire de l'Eglise métropolitaine de Paris, et membre de l'Académie royale des sciences, de Prusse.



PARIS,

DE L'IMPRIMERIE DE A. BOBÉE, RUE DE LA TABLETTERIE.

1822.

NOUVELLE ÉDITION DES **TABLES MANUELLES**.

Diffusé par la Librairie A. Blanchard - 9, rue de Médicis - Paris (6ème).

ΘΕΩΝΟΣ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ

ΥΠΟΜΝΗΜΑ

ΕΙΣ ΤΟΥΣ ΠΤΟΛΕΜΑΙΟΥ ΠΡΟΧΕΙΡΟΥΣ ΚΑΝΟΝΑΣ.

COMMENTAIRE DE THÉON D'ALEXANDRIE,

SUR LES TABLES MANUELLES ASTRONOMIQUES DE PTOLEMÉE,

JUSQU'A PRÉSENT INEDITES,

TRADUITES POUR LA PREMIÈRE FOIS DU GREC EN FRANÇAIS, SUR LES MANUSCRITS DE LA BIBLIOTHÈQUE DU ROI,

PAR M. L'ABBÉ HALMA

Chanoine honoraire de l'Eglise métropolitaine de Paris, et membre de l'Académie royale des sciences, de Prusse.

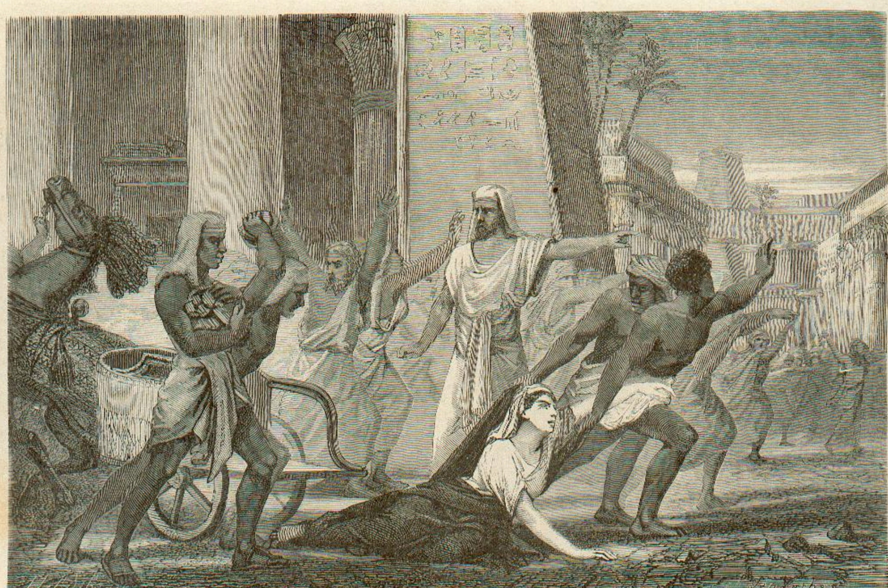
PREMIÈRE PARTIE,

CONTENANT LES PROLÉGOMÈNES DE PTOLEMÉE, LES COMMENTAIRES DE THÉON, ET LES TABLES PRÉLIMINAIRES TERMINÉES PAR LES ASCENSIONS DES SIGNES DU ZODIAQUE DANS LA SPHÈRE DROITE;

PRÉCÉDÉ D'UN MÉMOIRE TRADUIT DE L'ALLEMAND DE M. IDELER, SUR L'ANNÉE DE LA MORT D'ALEXANDRE LE GRAND.

Suidas nous apprend que Ptolemée a composé des tables manuelles. Les tables manuelles de Ptolemée sont calculées pour le temps moyen équinoxial. Il ne s'agit pas ici des tables de la syntaxe, mais des tables manuelles dont Théon va se servir. Ptolemée est donc l'auteur des tables manuelles, qui d'ailleurs sont évidemment copiées sur celles de la syntaxe ou almageste de Ptolemée. Il régne une grande adresse dans ces tables. DELAMBRE, hist. de l'astr. anc. 2e vol.

A PARIS,



MORT DE LA PHILOSOPHE HYPATIE, A ALEXANDRIE

ΠΤΟΛΕΜΑΙΟΥ, ΘΕΩΝΟΣ, ΚΑΙ ΥΠΑΤΙΑΣ

ΠΡΟΧΕΙΡΟΙ ΚΑΝΟΝΕΣ.

TABLES MANUELLES DE PTOLEMÉE, DE THÉON ET D'HYPATIA.

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΠΙΝΑΚΩΝ ΤΗΣ ΟΙΚΟΥΜΕΝΗΣ.

Ἰςέον ὅτι τοῦ κανόνος τῶν ἐπισήμων πόλεων τὸ μὲν μῆκος ἄρχεται ἀπὸ τῶν μακάρων νήσων, αἵ εἰσιν ἐν τῷ δυτικῷ Ὠκεανῷ, καὶ πρόεισιν ἐπὶ ἀνατολάς· τὸ δὲ πλάτος, ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ πρὸς βορῥάν· καὶ ὅτι τὸ μὲν μῆκος ρπ, τὸ δὲ πλάτος ξγ.

ΕΥΡΩΠΗΣ ΠΙΝΑΞ ΠΡΩΤΟΣ.

Περιέχει οὗτος βρεταννικὰς νήσους σὺν ταῖς περὶ αὐτὰς νήσοις. Ὁ δὲ διὰ μέσου αὐτοῦ παράλληλος λόγον ἔχει πρὸς τὸν μεσημβρινὸν, ὃν τὰ ἕνδεκα ἔγγιςα πρὸς τὰ εἴκοσι. Περιορίζεται δὲ ὁ πίναξ πάντοθεν Ὠκεανῷ· ἀπὸ μὲν ἀνατολῶν, Γερμανικῷ, ἀπὸ δὲ μεσημβρίας, τῷ τε Βρεταννικῷ, καὶ τῷ καλουμένῳ ἀπὸ δὲ δυσμῶν, τῷ δυτικῷ· ἀπὸ δὲ ἄρκτων, Ὑπερβορείῳ, καὶ τῷ καλουμένῳ Καληδονίῳ.

	Μῆκος.	Πλάτος.
Θύλη νῆσος..............	λ	ξγ
Ἰερνὶς, πόλις Ἰουερνίας.....	ια	νη ς″
Ῥαιβία, πόλις Ἰουερνίας....	ιβ	νθ ς″ δ″
Πόλεις τῆς Ἀλουΐωνος.		
Νῆσος..................	κ	νδ
Κατουρακτόνιον..........	κ	νη
Πτερωτὸν ςρατόπεδον......	κζ δ″	νθ γ″ ιβ″
Δρυμνα (Δοῦμνα) νῆσος....	λ	ξα
Οὐῆκτις νῆσος...........	ιθ γ″	νβ γ″

ΕΥΡΩΠΗΣ ΠΙΝΑΞ ΔΕΥΤΕΡΟΣ.

Περιέχει τὴν Ἰσπανίαν πᾶσαν ἐν ταῖς τρισὶν

DES TABLES PARTICULIÈRES DE LA TERRE.

Il faut savoir que la longueur du tableau des villes célèbres, commence aux îles Fortunées qui sont dans l'Océan occidental, et se prolonge vers l'orient, et que sa largeur s'étend de l'équateur au nord; de sorte que la longueur est de 180. et la largeur de 63 degrés.

PREMIÈRE TABLE DE L'EUROPE.

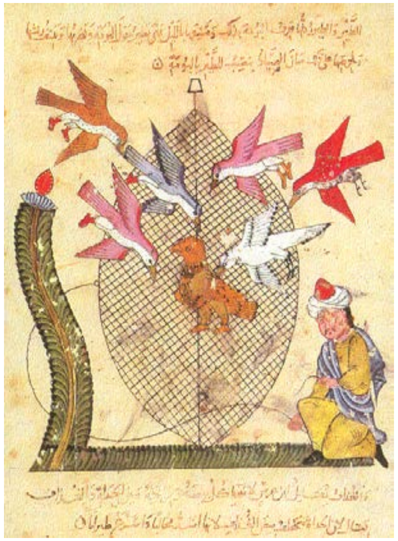
Elle comprend les îles Britanniques, avec les îles environnantes. Son parallèle moyen est au méridien, comme 11 à 20 à peu près. Elle est bornée de toutes parts par l'Océan, à l'est par celui de Germanie; au sud par celui de Bretagne; à l'ouest par l'Océan occidental; au nord, par l'Océan Hyperboréen et par celui qu'on nomme Calédonien.

	Longit.	Latit.
Ile Thulé.............	30	63
Iernis................	11	58 $\frac{1}{6}$
Rhæbia, ville d'Ibernie...	12	59 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$
Villes d'Albion.		
Ile..................	20	54
Catouractonium.........	20	58
Camp ailé.............	27 $\frac{1}{4}$	59 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{12}$
Ile Doumna (Orkney)....	30	61
Ile Vectis (Wight)......	19 $\frac{1}{3}$	52 $\frac{1}{2}$

SECONDE TABLE DE L'EUROPE.

Elle renferme toute l'Espagne en trois

L'era islamica



570-632 Maometto **612** inizio predicazione

622 ***Egira*** Maometto a Medina ***Inizio Calendario***

635 presa di Damasco

646 presa di Alessandria

663-677 spedizioni arabe a Costantinopoli

716 assedio di Costantinopoli e inizio della cospirazione degli Abbasidi, grazie ai quali fiorirà

l'età d'oro della scienza araba

VII-VIII assimilazione dell'eredità greca e orientale [indiana]

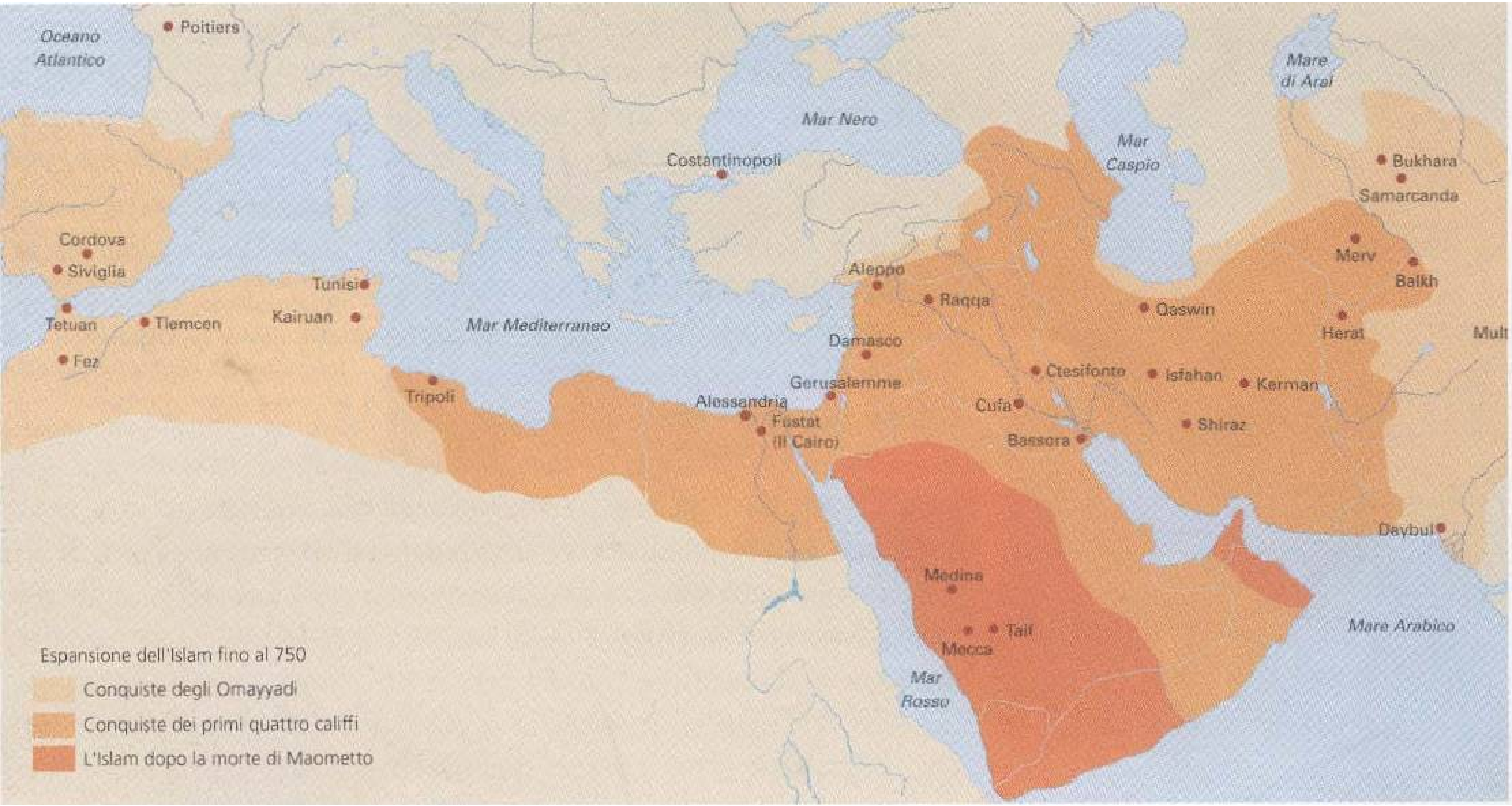
IX formazione di una cultura matematica propria

X-XV trasmissione di quest'eredità all'Occidente

L'inchiostro dello studioso è più sacro del sangue del martire.

Maometto, *Hadith*

ESPANSIONE DEL DOMINIO ARABO VIII-XIV sec.



Confini dell'impero abbaside al tempo di Harun al-Rashid

Ricercate la scienza, anche se per questo doveste andare fino in Cina.

Maometto, *Hadith*

All'era dei primi califfi detti *rashidun*, cioè "ben diretti", fa seguito quella degli **Omayyadi** che si spingono ad est fino al Tien-Shan, con la vittoria nel **751** a Talas contro i cinesi, mentre altre unità sottomettono nel **710** le tribù del **Maghreb** e si spingono, alla testa del berbero **Tarik ibn Ziyad**, oltre lo stretto che porterà il nome di Gibilterra, da *Gebel-el-Tarik* "la montagna di Tarik".

Dai **cinesi** gli arabi apprendono le tecniche di fabbricazione della **carta** e impiantano a **Samarcanda** e poi a **Baghdad** le prime fabbriche i cui prodotti saranno importati persino da Bisanzio.

Nuove piante e nuovi prodotti, frutto di elaborate tecniche di lavorazione, vengono introdotti in occidente dagli arabi: il **cotone**, l’**arancio**, il **limone**, l’**albicocco**, il **banano**, il **carciofo**, l’asparago, gli spinaci, il **cuoio lavorato**, i tessuti preziosi, il **vetro** e i **metalli forgiati**, l’**avorio** e il **legno** intarsiati e si diffonde il processo di fabbricazione della **carta** con il **lino** e la **canapa**.
Tramite gli arabi si diffonde in Occidente nel secolo XI anche **l’ago magnetico** di origine cinese e l’uso della **vela “latina”** triangolare che permette di navigare contro vento, adottata nel Mediterraneo nel XV secolo.

È però soprattutto alla dinastia degli **Abbasidi** che si deve l'alto livello intellettuale e il grande sviluppo delle scienze raggiunto dagli arabi. Grazie al mecenatismo dei califfi abbasidi **Giafar al-Mansur**, **Harun al-Rashid** e **Abdallah al-Mamun** conosce fra il IX e il XIII secolo un periodo di straordinaria fioritura.

IX - XIII secolo

Quest'epoca d'oro, densa di risultati originali, decolla in seguito allo studio delle opere dei **greci**, degli **indiani** e delle **culture dei popoli conquistati** (Persia, Mesopotamia, Siria, Palestina, Turkestan, Kirgikistan,…) .

325 concilio di Nicea i cristiani di Siria fondano

Scuola di Nisibe [confine Siria-Mesopotamia]

Scuola di Edessa lingua siriaco, traduzioni di opere greche – Aristotele

431 concilio di Efeso scisma di Nestorio

chiude la Scuola di Edessa, la Scuola di Nisibe – nestoriana

Iran occidentale, a **Gundeshapur**, il re sassanide Cosroe I vuole imitare **Alessandria** per cui chiama studiosi e medici per diffondere la cultura

- Insegnamenti impartiti: *logica*, *medicina*, *matematica*, *astronomia*
- Traduzioni di opere greche in siriaco: Galeno, Ippocrate di Cos, Aristotele, …

529 Giustiniano chiude le scuole filosofiche di **Atene**

diaspora di intellettuali e filosofi neoplatonici

CALIFFI – biblioteche, arabi chiedono ai bizantini libri come indennità di guerra

Al-MANSUR 754-775 chiede a Bisanzio trattati matematici

Euclide

HARUN AL-RASHID 786-809 incoraggia scienziati e traduzioni in lingua araba e siriaca

Mille e una notte

AL-MAMUN 813-833 sogno - Baghdad

la casa della saggezza

Harun al-Rashid e il grammatico al-Ahmar

“Il principe dei credenti ti affida il suo sangue più prezioso, il frutto del suo cuore. Ti lascia piena autorità su suo figlio e gli fa un dovere di obbedirti. Sii all’altezza del compito che il califfo ti ha assegnato: insegna al tuo allievo il Corano, fagli conoscere le tradizioni; orna la sua memoria con le poesie classiche; istruiscilo nelle nostre sacre usanze. Che egli misuri le parole e sappia parlare a proposito; regola le ore dei suoi svaghi. Insegnagli ad accogliere con rispetto gli anziani … e a trattare con riguardo i capi che assisteranno ai suoi ricevimenti. Non lasciar passare un’ora della giornata senza trarne profitto per la sua educazione. Non essere né tanto severo da mortificare la sua intelligenza, né tanto indulgente da far sì che si abbandoni alla pigrizia e ci si abitui. Correggilo, per quanto dipenderà da te, usando l’amicizia e la dolcezza, ma se queste non hanno effetto su di lui, usa la severità e il rigore.”

Harun era stato istruito dal famoso Kisai e aveva come tutore Yahya il barmecide, uno degli uomini più notevoli e intelligenti. Sotto i califfi abbasidi la corte di Baghdad si aprì alla cultura e alle raffinatezze. Harun tendeva ad attirare nella sua orbita gli uomini più eminenti nelle scienze, nelle lettere e nella teologia. Questi personaggi di talento, chiamati *nadim*, "**compagni del califfo**" erano ricompensati con elevati stipendi e doni e avevano il compito di interessarlo e distrarlo. Dovevano saper insegnare senza pedanteria, saper conversare sui temi più disparati, eccellere nella caccia, nel tiro a segno e nei giochi della palla, degli scacchi, del tric-trac.
Uomini e donne con queste qualità frequentavano il fastoso palazzo e gli incantevoli giardini. Si narra che Harun amasse circondarsi delle donne non solo più seducenti, ma anche più intelligenti e più **dotate nel gioco degli scacchi**, **nel canto e nella musica**.

Le scienze arabe VIII-XVI traduzioni

Scienze fisiche:

medicina – botanica – veterinaria – agraria

Filosofia:

logica – metafisica – fondamenti

Matematica:

aritmetica – geometria

Astronomia

Musica

Scienze religiose

Geografia

Scienze linguistiche

Scienze storiche

Scienze giuridiche:

diritto – computo di eredità, …

Astrologia

Teologia e filosofia

Retorica

TRADUZIONI di opere matematiche IX sec.

Euclide ***Elementi***

Data

scritti di ottica

di meccanica, …

Archimede tutte le opere

Apollonio ***Coniche***

De sectione rationis

Pappo

Diofanto ***Arithmetica***

Nicomaco di Gerasa

Erone di Alessandria

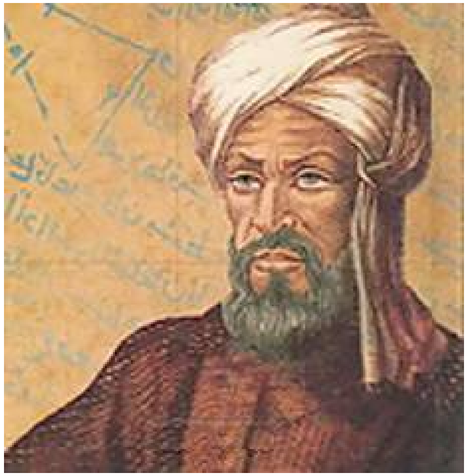
…

Scienze matematiche

- **Algebra**
  - **Teoria delle equazioni di 2° e 3° grado**
  - **Algebra dei polinomi**
- **Geometria**
  - **V postulato di Euclide**
  - **Costruzioni con riga e compasso**
  - **Teoria delle coniche**
- **Aritmetica**
  - **numerazione posizionale indiana**
- **Trasmissione di opere classiche**

790 - 850 AL-KHWARIZMI

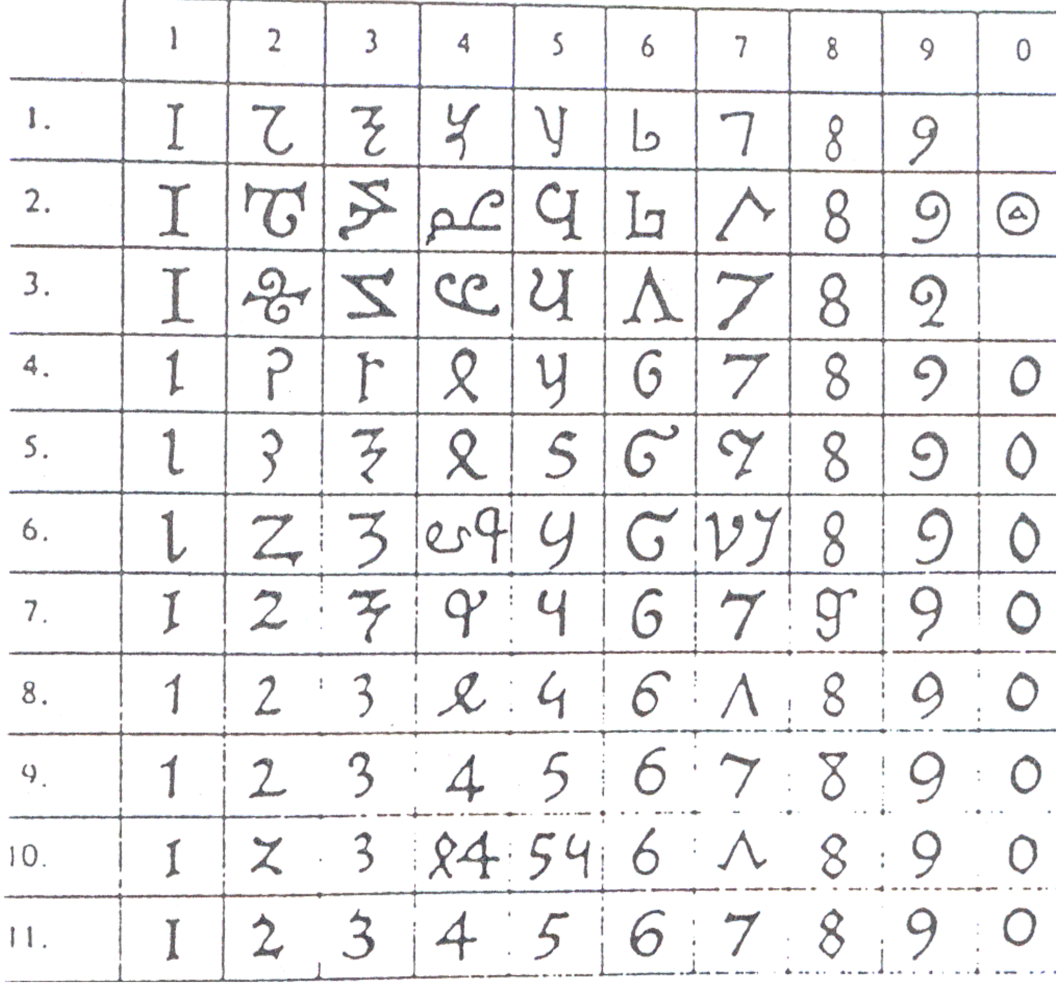
padre dell’algebra



- ***Algoritmi de numero indorum***
- ***Al-kitab al-muhtasar fi hisab al-giabr wa’l-muqabala***

Breve opera sul calcolo di spostare e raccogliere

- *Problemi su contratti commerciali*
- *Teoria equazioni di 1° e 2° grado*
- *Geometria e algebra*
- *Divisione di eredità*



Evoluzione delle cifre indo-arabiche

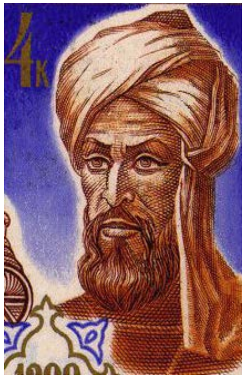
1 Igin
2 Andras
3 Ormis
4 Arbas
5 Quinas
6 Calcus
7 Zenis
8 Temenias
9 Celentis
0 Zephir

Algoritmi de numero indorum

B. Boncompagni ***Algoritmi de numero indorum*** **(Roma 1857)**

K. Vogel ***Mohammed ibn Musa Alchwarizm's Algorithmus*** **(Aalen 1963)**

Algoritmus → algoritmo




كتاب الخوارزمي

[originale arabo] [trad. inglese]

Al-kitab al-muhtasar fi hisab al-giabr wa'l-muqabala

Breve opera sul calcolo di spostare e raccogliere

opera che racchiude le più raffinate e le più nobili operazioni di calcolo di cui gli uomini hanno bisogno per la ripartizione delle loro eredità e delle loro donazioni, per le divisioni e i giudizi, per i loro commerci e per tutte le operazioni che essi hanno fra loro relative agli strumenti, alla ripartizione delle acque dei fiumi, all'architettura e ad altri aspetti della vita civile.

dirham **(moneta greca dracma) numero**

say' **cosa o** ***gizr*** **radice** ***incognita*** ***res***

mal **bene quadrato dell'incognita** ***census***

EQUAZIONI 6 tipi canonici

l. I quadrati sono uguali alle radici $ax^2 = bx$

2. I quadrati sono uguali a numero $ax^2 = c$

3. Le radici sono uguali a numero $ax = c$

4. I quadrati e le radici sono uguali a numero $ax^2 + bx = c$

5. I quadrati e i numeri sono uguali alle radici $ax^2 + c = bx$

6. Le radici e i numeri sono uguali ai quadrati $bx + c = ax^2$

operazioni

al-jabr completamento, riempimento ***restauratio***
al-muqabala bilanciamento ***oppositio***
al-hatt coefficiente dell'incognita ridotto all'unità

$$\mathbf{x^2 + (10 - x)^2 = 58}$$

$$\mathbf{2x^2 + 100 - 20x = 58}$$

con ***l'al-jabr*** $\mathbf{2x^2 + 100 = 20x + 58}$

con ***l'al-muqabala***

$$\mathbf{2x^2 + 42 = 20x}$$

e infine ***l'al-hatt*** $\mathbf{x^2 + 21 = 10x}$

che riconduce l'equazione di partenza al tipo 5

Algebra retorica

1. **I quadrati sono uguali alle radici** $ax^2 = bx$

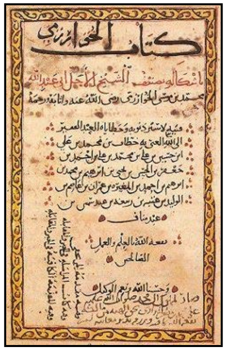
2. **I quadrati sono uguali a un numero** $ax^2 = c$

3. **Le radici sono uguali a un numero** $ax = c$

$$x^2 = 5x$$

"La radice del quadrato è 5 e 25 costituisce il suo quadrato"

$1/2\, x = 10 \quad \Rightarrow x = 20 \qquad x^2 = 400$



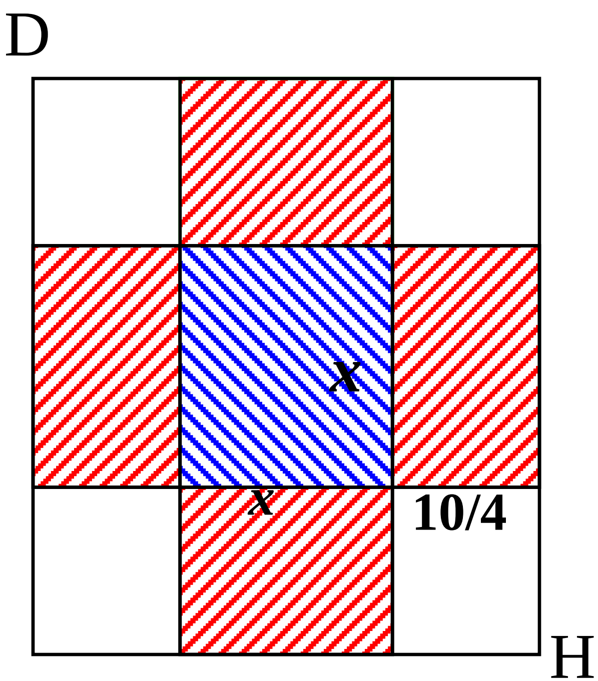
Tipo 4

$$x^2 + 10x = 39$$

$$x^2 + px = q$$

Formula per radicali

$$x = \sqrt{q + \left(\frac{p}{2}\right)^2} - \frac{p}{2}$$



Dimostrazione geometrica

Quadrato x^2

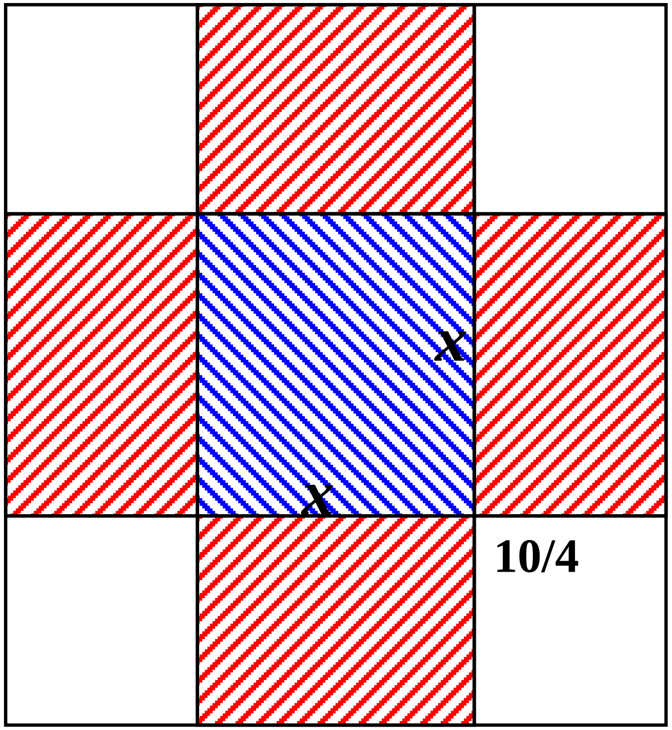
4 rettangoli **10/4 *x***

4 quadratini che completano il quadrato

$$39 + 4\left(\frac{10}{4}\right)^2 = 64 \qquad x + 2\frac{10}{4} = 8$$

$$x = 3$$

Completamento del quadrato $x^2 + px = q$

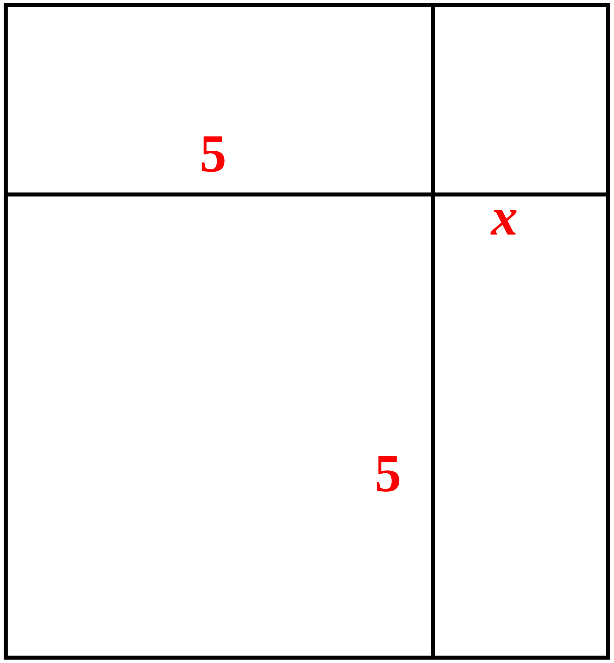


$$x^2 + 4\left(\frac{p}{4}x\right) + 4\left(\frac{p}{4}\right)^2 = q + 4\left(\frac{p}{4}\right)^2$$

$$\left(x + 2\frac{p}{4}\right)^2 = q + 4\left(\frac{p}{4}\right)^2$$

$$\boxed{x + 2\frac{p}{4} = \sqrt{q + 4\left(\frac{p}{4}\right)^2}}$$

Tipo 4 $\quad x^2 + 10x = 39 \qquad x^2 + px = q$



$$x^2 + 2\cdot 5x$$

$$39+25=64$$

$$5+x=8$$

$$x=3$$

$$x^2 + 2\left(\frac{p}{2}x\right) + \left(\frac{p}{2}\right)^2 = q + \left(\frac{p}{2}\right)^2$$

$$\left(\boldsymbol{x} + \frac{\boldsymbol{p}}{2}\right)^2 = \boldsymbol{q} + \left(\frac{\boldsymbol{p}}{2}\right)^2$$

$$\boxed{x + \frac{p}{2} = \sqrt{q + \left(\frac{p}{2}\right)^2}}$$

Quadrati e numeri uguali a radici $x^2 + 21 = 10x$

Il seguente esempio è un'illustrazione di questo tipo: ***un quadrato e 21 unità uguali a 10 radici.***

La regola risolutiva è la seguente: dividi per 2 le radici, ottieni 5. Moltiplica 5 per se stesso, hai 25. Sottrai 21 che è sommato al quadrato, resta 4. Estrai la radice, che dà 2 e sottrai questo dalla metà della radice, cioè da 5, resta 3. Questa é la radice del quadrato che cerchi e il suo quadrato è 9. Se lo desideri, aggiungi quella alla metà della radice. Ottieni 7, che è la radice del quadrato che cerchi e il cui quadrato è 49.

$10 : 2 = 5$

$5 \cdot 5 = 25$

$25 - 21 = 4$

$\sqrt{4} = 2$

$5 - 2 = 3$

$x = 3 \quad x^2 = 9$

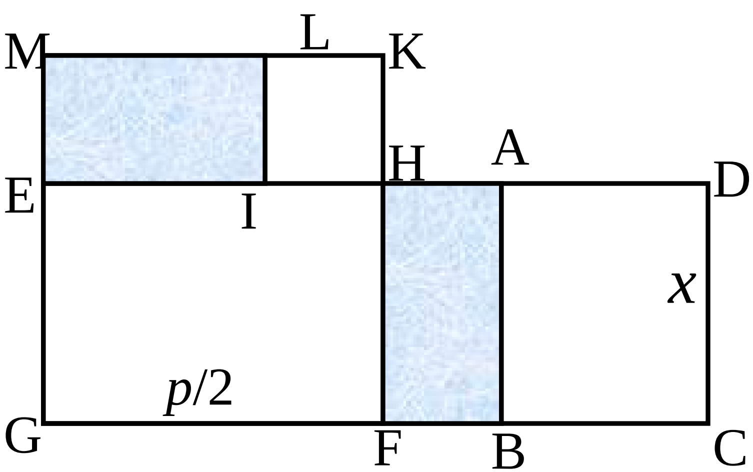
$2 + 5 = 7$

$x = 7 \quad x^2 = 49$

Tipo 5 $x^2 + 21 = 10x$

$$x = \frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$x^2 + q = p\,x$ $x < p/2$



GCDE = px

GCDE=ABCD+GBAE

ABCD = x^2 GBAE=$(p-x)x = q$

GFKM= $(p/2)^2$ IHKL = $(p/2 - x)^2$

EILM = FBAH

IHKL= GFKM – GBAE

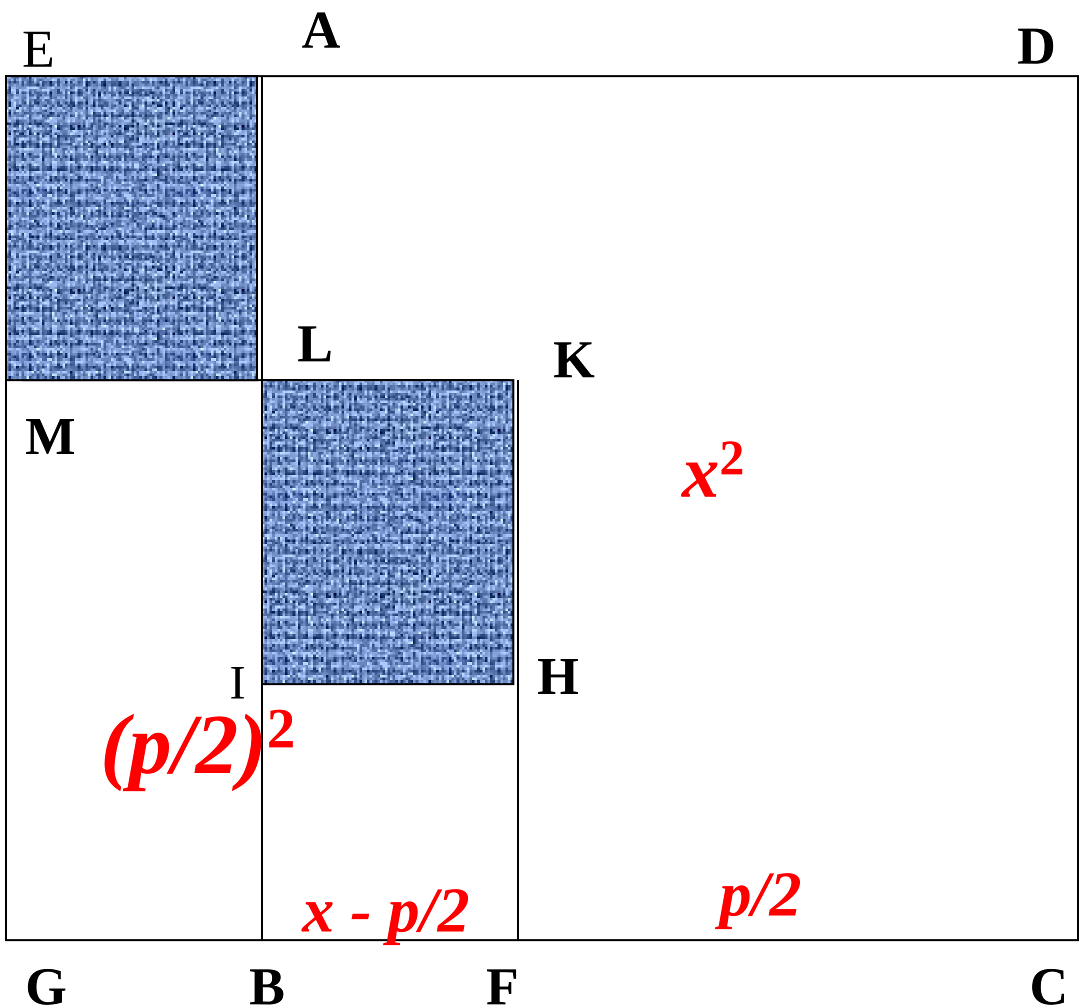
$$(p/2-x)^2 = (p/2)^2 - q$$

IH = AH= $\sqrt{(p/2)^2 - q}$

AD = HD–AH $x = \frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

Tipo 5

$x^2 + 21 = 10x \qquad x^2 + q = p\,x \qquad x > p/2$



ABCD=x^2 GF=FC=$p/2$

AL=BF=x-p/2

BFHI=(x-p/2)^2

GFKM = (p/2)^2

GBLM+IHKL=GBAE = q

BFHI=GFKM-GBAE=(p/2)^2-q

BF=…

BC=FC+BF= $\dfrac{p}{2} + \sqrt{\left(\dfrac{p}{2}\right)^2 - q}$

$x^2 + q = p\,x$ *discussione sulle radici*

Se tu affronti un problema che si riconduce a questo tipo di equazione, verifica l'esattezza della soluzione con l'addizione, come si è detto. Se non è possibile risolverlo con l'addizione, otterrai certamente il risultato con la sottrazione. Questo è **il solo tipo** in cui ci si serve dell'addizione e della sottrazione, cosa che non trovi nei tipi precedenti.

Devi inoltre sapere che se in questo caso tu dividi a metà la radice e la moltiplichi per se stessa e il prodotto risulta minore del numero che è aggiunto al quadrato, allora **il problema è impossibile**.

Se invece risulta uguale al numero, ne segue che la radice del quadrato sarà uguale alla metà delle radici che sono col quadrato, senza che si tolga o si aggiunga qualcosa.

$\Delta > 0$

due radici distinte

$(p/2)^2 < q$

$\Delta < 0$

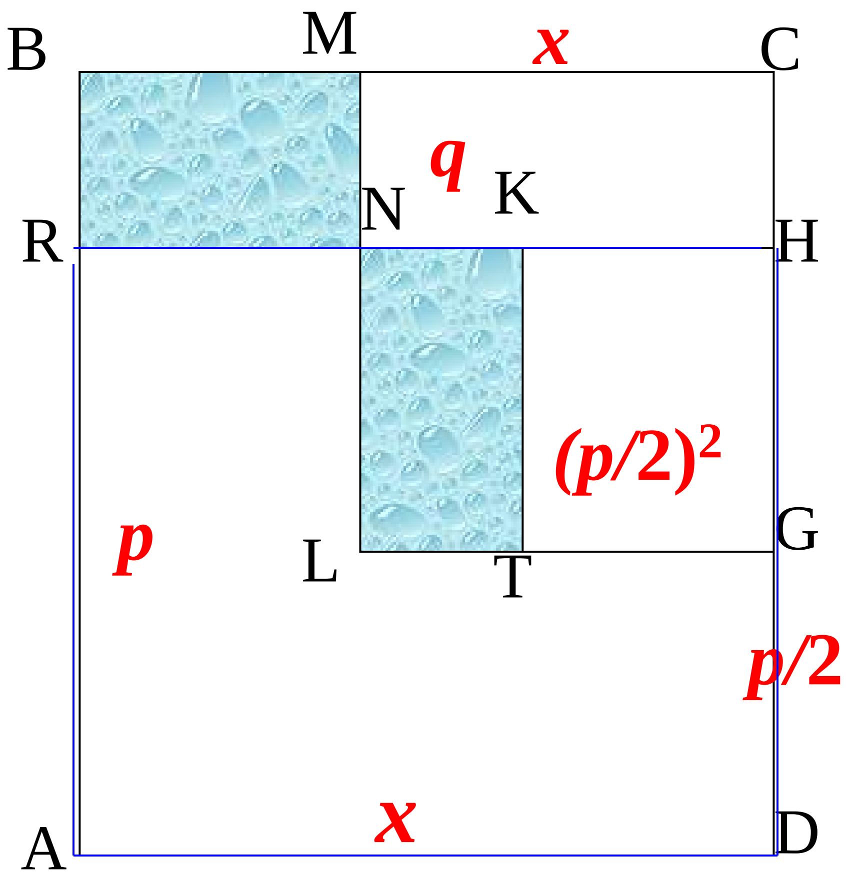
$(p/2)^2 = q$

$\Delta = 0$

due radici coincidenti

Tipo 6 $3x + 4 = x^2$ $px+q=x^2$

$$\boxed{x = \frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q}}$$



$ABCD=x^2$ $ARHD = px$

$RBCH = x^2 - px = q$

quadrato $TKHG = (p/2)^2$

$TL = CH = MN = x - p$

$GL=CM=CG,$

$GL=GT+LT=GH+HC$

$LNKT=RBMN$

$NMCH+BMNR=RBCH=q=$*gnomone* NMCHGTKN

$LMCG=TKHG+q=(p/2)^2+q$

$CG = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q}$

$CD = CG+GD$

$$\boxed{x = \frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q}}$$

Abu-Kamil (850-930)

Libro sull'al-jabr e l'almuqabala

Contraddistinto da un elevato livello teorico, con una spiccata tendenza all'aritmetizzazione, introdusse le potenze con la seguente terminologia: ***cubo*** x^3 ***quadrato-quadrato*** x^4 ***quadrato-quadrato-cosa*** x^5

Mostrò come operare con espressioni con irrazionali del tipo

$$\boxed{\sqrt{a} \pm \sqrt{b} = \sqrt{a + b \pm 2\sqrt{ab}}}$$

e diede le regole per la determinazione di x^2 sotto forma di radicali

$$\boxed{x^2 = \frac{p^2}{2} + q - \sqrt{p^2 q + \left(\frac{p^2}{2}\right)^2}} \qquad \boxed{x^2 = \frac{p^2}{2} - q \pm \sqrt{\left(\frac{p^2}{2}\right)^2 - p^2 q}} \qquad \boxed{x^2 = \frac{p^2}{2} + q + \sqrt{p^2 q + \left(\frac{p^2}{2}\right)^2}}$$

Abu-Kamil (850-930)

Dividere 10 in due parti ***x*** e **10 – *x*** tali che $\dfrac{x}{10-x}+\dfrac{10-x}{x}=\sqrt{5}$

$$\left(2+\sqrt{5}\right)x^2+100=\left(20+\sqrt{500}\right)x$$

moltiplicata per $\sqrt{5}-2$ diventa $x^2+\sqrt{50000}=200+10x$

(10 – *x*)/*x* = *y* è trasformata in

$$\boxed{y^2+1=\sqrt{5}y} \qquad y=\sqrt{1+1/4}-1/2 \qquad \frac{10-x}{x}=\sqrt{1+\frac{1}{4}}-\frac{1}{2} \qquad \boxed{x=\frac{20}{\sqrt{5}+1}}$$

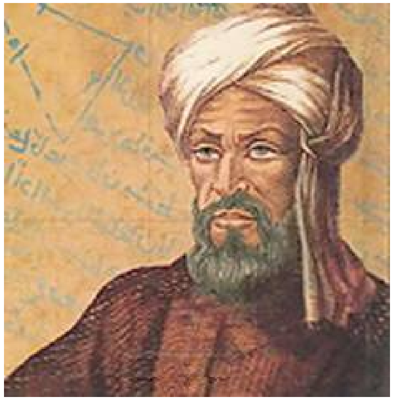
Elevando al quadrato giunge a un'equazione di 2° di soluzione

$$10-x=\sqrt{1+\frac{1}{4}x}-\frac{1}{2}x \qquad \boxed{x=\sqrt{125}-5}$$

X-XII sec. due correnti

➢ **indirizzo aritmetico-algebrico**	➢ **indirizzo geometrico-algebrico**
X sec. traduzione araba dell'opera di Diofanto	
961-976 Abul-Wafa *Libro sull'aritmetica necessaria agli scribi e ai mercanti*	**965-1093 ibn al-Haytham Al-hazen**
	973-1048 Al-Biruni
XI sec al-Karagi ***Al-Fahri***	**1048-1123 Omar al-Khayyam** ***Sulle dimostrazioni dei problemi di algebra e almuqabala***
XI-XII sec as-Samaw'al ***Libro luminoso sull'aritmetica***	**XII sec. Sharaf al-din al-Tusi** ***Teoria delle equazioni***

Algebra e Aritmetica



al-Khwarizmi

regola di approssimazione radice quadrata di

$$\boldsymbol{N = a^2 + r}$$

$$\boxed{\sqrt{N} = a + \frac{r}{2a}}$$

al-Uqlidisi (morto intorno al 952)

$$\boxed{\sqrt{N} = a + \frac{r}{2a+1}}$$

$$\boxed{\sqrt{N} = a + \frac{r}{2a} + \frac{1}{2}}$$

al-Karagi **Algebra e Aritmetica**

al-hisabi *maestro di aritmetica*

- ***Manuale sulla scienza dell'aritmetica***
- ***Al-Fakri***

scopo dell'algebra

$$1:x=x:x^2=x^2:x^3=x^3:x^4=\ldots$$

$$\frac{1}{x}:\frac{1}{x^2}=\frac{1}{x^2}:\frac{1}{x^3}=\ldots$$

tabella dei coefficienti di

$\boldsymbol{(a+b)^n}$ fino a $\boldsymbol{n = 12}$

Potenze

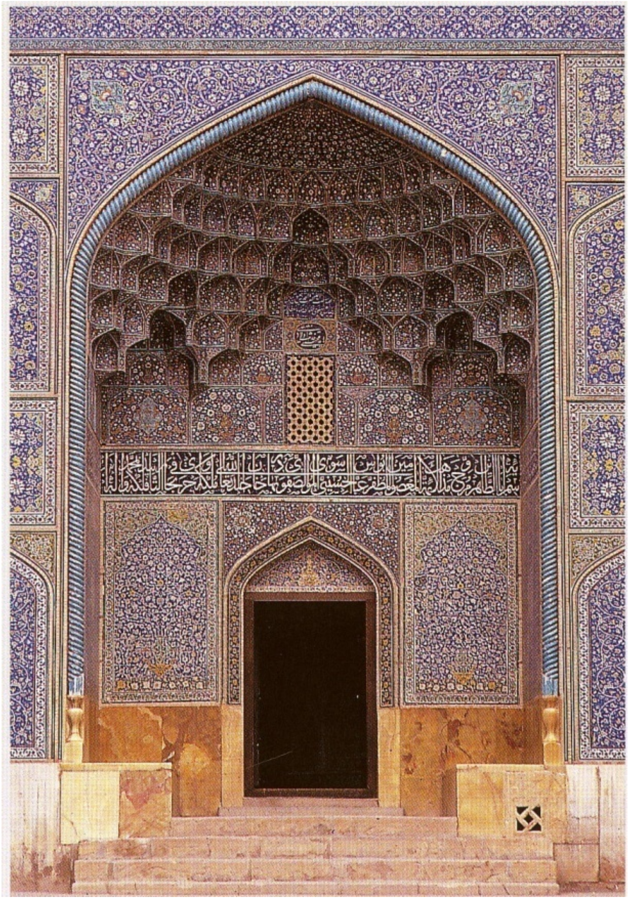
$x^5 = x^2\, x^3$ ***quadrato-cubo***

$x^6 = x^3\, x^3$ ***cubo-cubo***

Algebra e Aritmetica

AL-KARAGI *Al-Fakri*

l'algebra è l'aritmetica dell'incognita



$$ax^{2n} + bx^n = c$$

$$ax^{2n} + c = bx^n$$

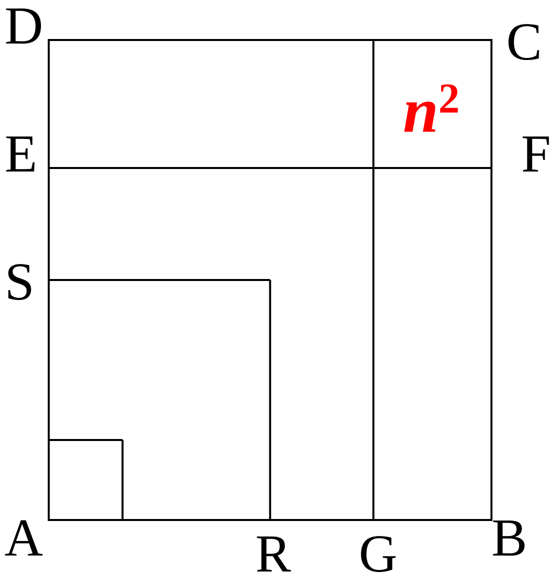
$$bx^n + c = ax^{2n}$$

$$ax^{2m+n} = bx^{m+n} + cx^m$$

Algebra e Aritmetica

al-Karagi *Manuale sulla scienza dell'aritmetica*

$$\sum_{i=1}^{n} i^3 = \left(\sum_{i=1}^{n} i \right)^2$$

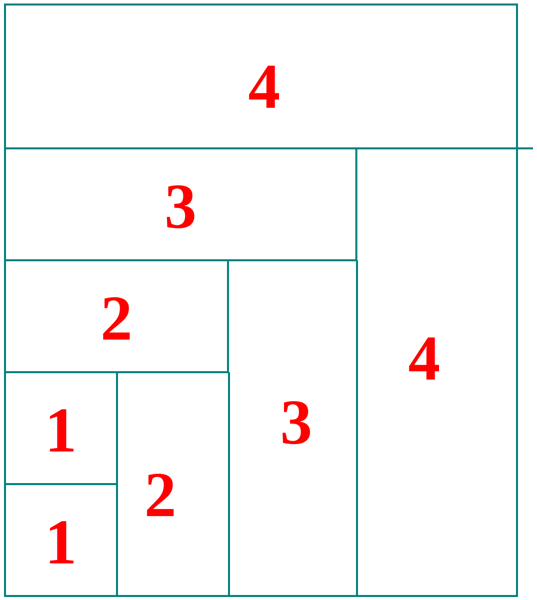


quadrato
Gnomone (rettangoli uguali di lati n e $1+2+3+\ldots+n$)

Area gnomone
$2n(1+2+\ldots+n) - n^2 = n^3$

Essendo
$1+2+3+\ldots+n = n(n+1)/2$
da cui
$1^3+2^3+\ldots+n^3 = (1+2+\ldots+n)^2$

Somma di potenze

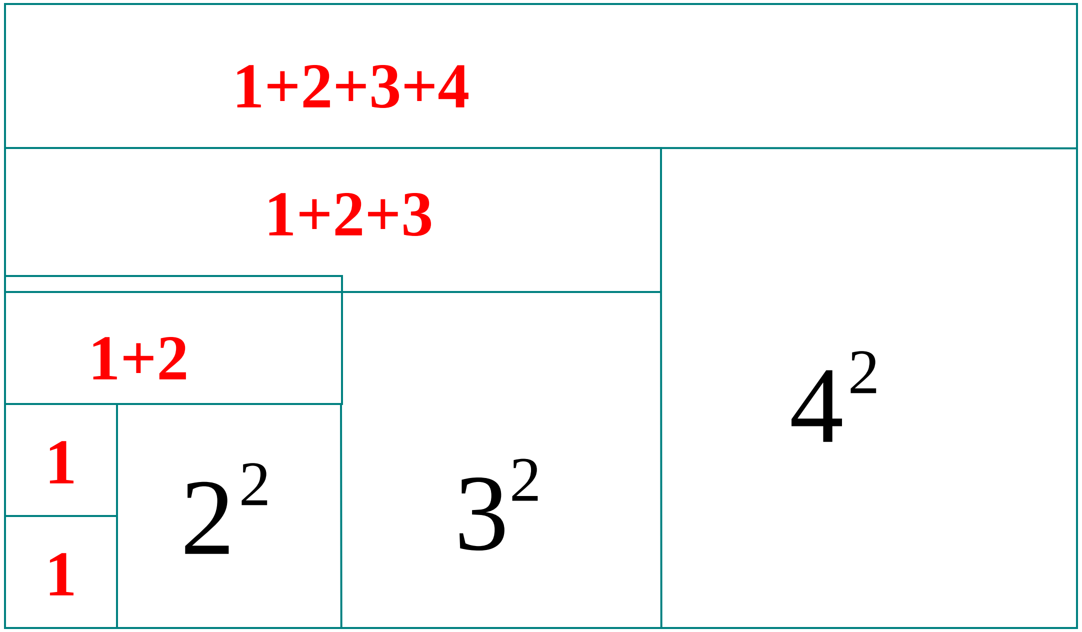


$$\sum_{1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

al-Haytham

965-1040

$$\sum_{1}^{n} i^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)$$



XI-XII sec as-Samaw’al

Libro luminoso sull’aritmetica

Regole da usare coi negativi

4	**3**	**2**	**1**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
x^4	x^3	x^2	x	1	$1/x$	$1/x^2$		**...**

Algoritmo per la divisione dei polinomi

Algoritmo per l’estrazione di radici quadrate di polinomi

Ibn al-Banna 1256-1321
moltiplicazioni curiose

1 × 1=1
11 × 11=121
111 × 111=12321
1111 × 1111=1234321
11111 × 11111=123454321
. . . . .

12345679 x 9 = 111 111 111
12345679 x 8 = 98 765 432

1 × 9 + 2 = 11
12 × 9 + 3= 111
123 × 9 + 4=1111
1234 × 9 + 5=11111
12345 × 9 +6=111111
. . . .

1 x 8 + 1 = 9
12 x 8 + 2 = 98
123 x 8 + 3=987
1234 x 8 + 4=9876
12345 x 8 + 5=98765
123456 x 8 + 6=987654
1234567x 8 + 7=9876543
12345678 x 8 + 8=98765432
123456789 x 8 + 9=987654321

indirizzo geometrico-algebrico

equazioni cubiche - problemi classici

duplicazione del cubo Menecmo **parabola $x^2 = ay$**

iperbole $xy = ab$

problema di Archimede

"Dividere una sfera data in modo tale che il rapporto fra i volumi dei segmenti ottenuti sia uguale ad un rapporto dato"

965-1093 **ibn al-Haytham Al-hazen**

973-1048 **Al-Biruni trisezione dell'angolo**

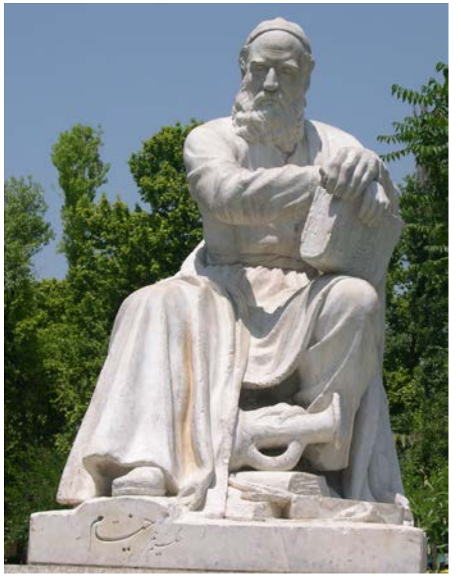
Omar al-Khayyam

"L'arte dell' ***al-jabr*** *e dell'* ***al-muqabala***
è un'arte scientifica il cui oggetto è il numero puro e le grandezze misurabili in quanto incognite, ma rapportate ad una cosa nota, mediante la quale le si può determinare."

l'algebra è la teoria delle equazioni

1048-1122

Poeta matematico astronomo



Rubaiyyàt **-** Edizioni inglesi del 1859 e 1872
dello scrittore Edward Fitgerald

Rubaiyyàt

Ogni mattina che il volto del tulipano si riempie di rugiada,

la corolla della viola si incurva sul prato.

in verità, mi piace il boccio della rosa

Che si raccoglie attorno il lembo della sua veste.

Sotto specie di verità, non di metafora,

noi siamo dei pezzi da gioco, e il cielo è il giocatore.

Giochiamo una partita sulla scacchiera della vita,

e ad uno ad uno ce ne torniamo nella cassetta del Nulla

Questa volta del cielo in cui noi ci troviamo smarriti,

ci appare a somiglianza di una lanterna magica.

Il sole è la candela, il mondo la lanterna,

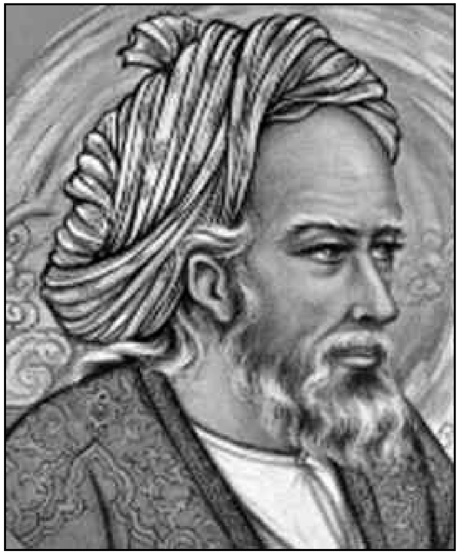
e noi siam come le immagini che vi vanno intorno rotando.

Omar al-Khayyam

Rubaiyyàt

Giacché non si può contar sulla vita dalla sera al mattino,
bisogna in conclusione seminare ogni seme di bontà.
Giacché a nessuno lasceranno in possesso questo mondo,
bisogna almeno sapersi serbare il cuor degli amici.
Dicono dolce l'aria di primavera
dolce la corda del liuto e la flebile melodia,
dolce il profumo della rosa, il canto degli uccelli, il roseto…
O stolti, tutto ciò sol con l'Amico è dolce!

Omar al-Khayyam
1048-1122



Omar al-Khayyam
1048-1122

Rubaiyyàt

Ci troviamo a vivere sotto questa volta del cielo piena di frottole.

L'anima è una caraffa, la morte una pietra, il cielo un pazzo.

La coppa della mia vita è giunta ai settanta:

e quegli la romperà appena essa sia colma.

Il cielo versa dalle nuvole petali candidi.

Diresti che si sparge sul giardino una pioggia di fiori.

Nella coppa pari a un giglio io verso il vino rosato,

ché dalla nuvola color di viola scende una pioggia di gelsomini.

Omar al-Khayyam

Sulle dimostrazioni dei problemi di al-jabr e al-muqabala

14 tipi di equazioni cubiche

- **binomia** $x^3=a$
- **trinomie** $x^3+bx=a$

$x^3+a=bx$

$bx+a=x^3$

$x^3+cx^2=a$

$x^3+a=cx^2$

$x^3=a+cx^2$

- **Quadrinomie**

tre termini positivi uguali ad un termine positivo

$$x^3 + cx^2 + a = bx$$
$$x^3 = a + bx + cx^2$$
$$x^3 + a + bx = cx^2$$
$$x^3 + bx + cx^2 = a$$

due termini positivi sono uguali a due positivi

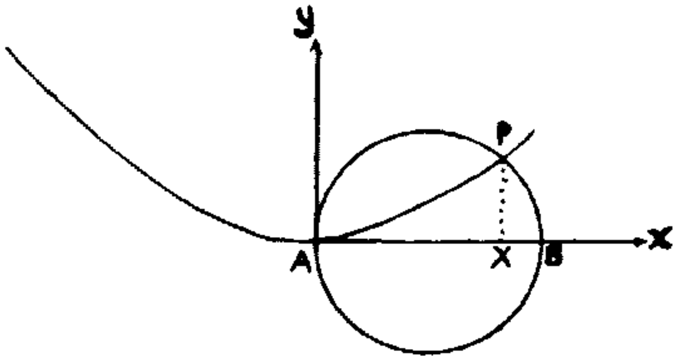
$$x^3 + cx^2 = bx + a$$
$$x^3 + a = cx^3 + bx$$
$$x^3 + bx = cx^2 + a$$

Omar al-Khayyam

Sulle dimostrazioni dei problemi di al-jabr e al-muqabala

[trad. francese] [trad. inglese]

$$x^3 + p^2 x = p^2 q$$



Cerchio

$$x^2+y^2=qx$$

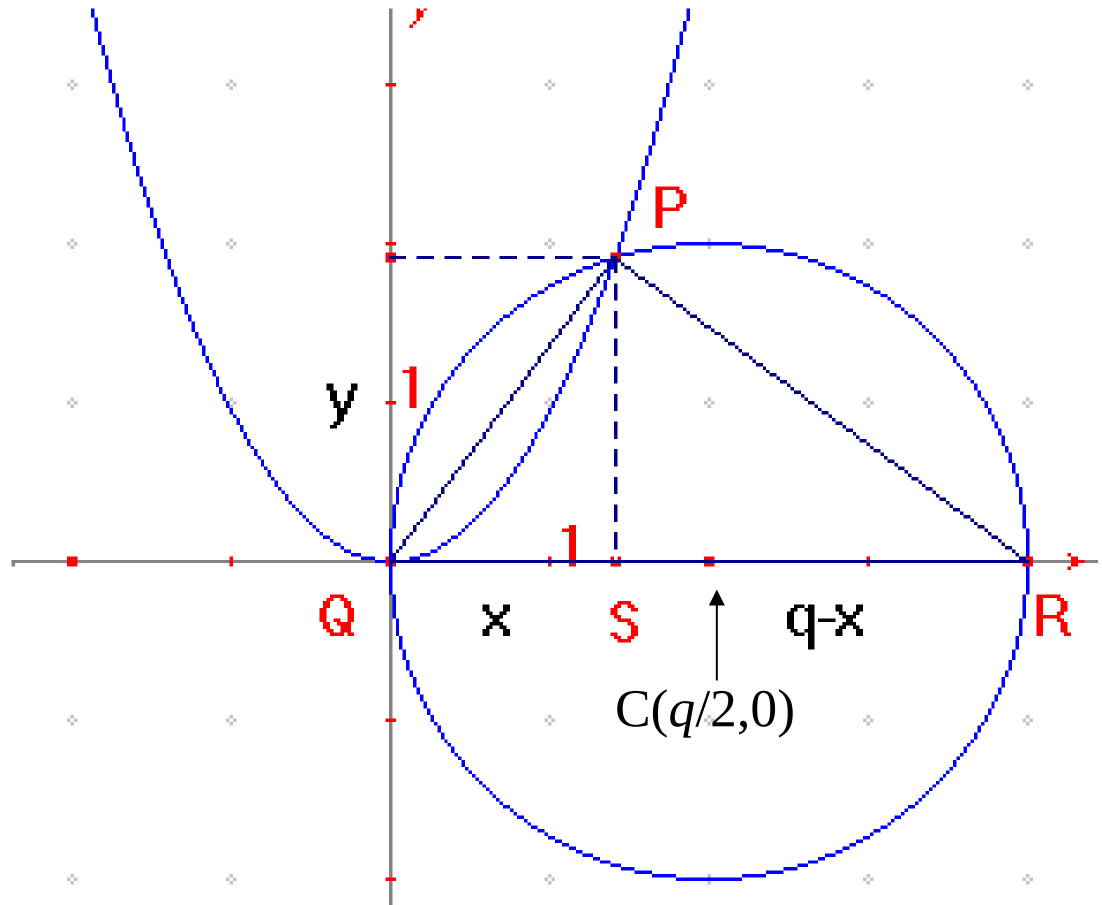
Parabola

$$x^2=py$$

L'equazione trinomia del I tipo $x^3 + bx = c$**,**
("un cubo più lati sono uguali a un numero") viene scritta come $x^3 + p^2x = p^2q$ con $b = p^2$ e $c = p^2q$ per il principio di omogeneità dimensionale.

La risoluzione si ottiene per intersezione della circonferenza $x^2 + y^2 = q\,x$ e della parabola $y = x^2/p$.

L'ascissa QS del punto P di intersezione delle due curve è una radice dell'equazione cubica



Al-Khayyam usa le proporzioni per esprimere le equazioni, come Ippocrate, Menecmo e Archimede

Al-Khayyam dà una dimostrazione di tipo sintetico utilizzando la teoria delle proporzioni.

Applica la proprietà della parabola data da Apollonio:

$$\frac{x}{PS} = \frac{p}{x} \qquad (1)$$

Considera ora il triangolo rettangolo QPR, la sua altezza PS è media proporzionale fra QS e RS:

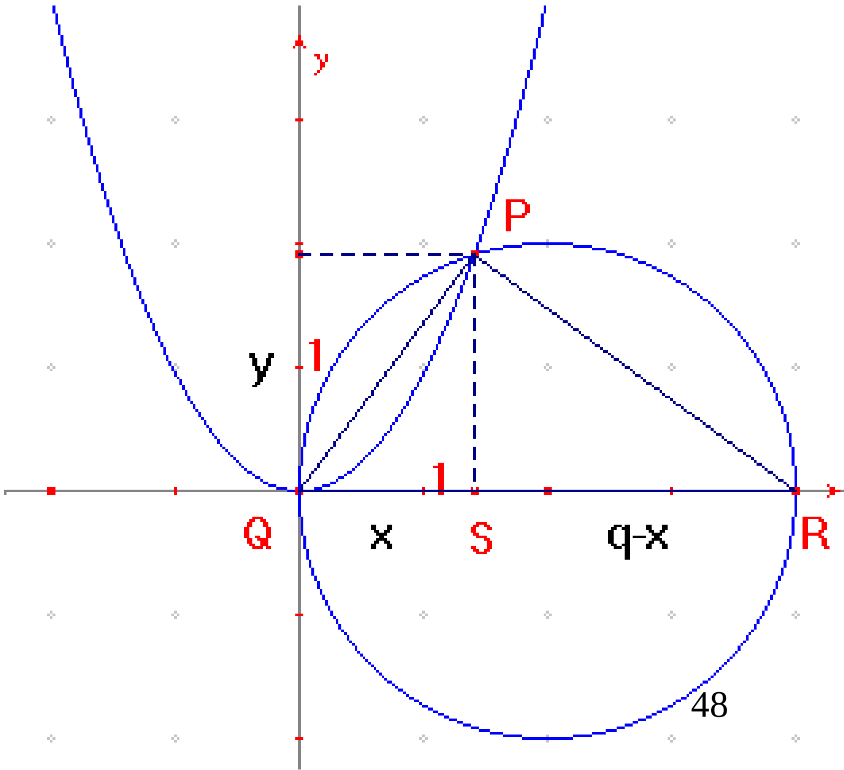
$$\frac{x}{PS} = \frac{PS}{q - x}$$

Uguagliando le espressioni precedenti ricava:

$$\frac{p}{x} = \frac{PS}{q - x} \qquad (2)$$

D'altra parte dalla (1) $PS = x^2/p$ che sostituito nella (2) fornisce l'equazione

$$x^3 + p^2 x = p^2 q$$



Fine XII Sharaf Al-Din al-Tusi

Teoria delle equazioni

- *Soluzioni approssimate*
  - uso di tabelle

Esercizio 1 biennio Sharaf Al-Din al-Tusi soluzioni approssimate

$$x^2 + 31x = 112992$$

$x^2+px=N$

$x = x_1+x_2+x_3$ $x_1 = a\cdot 10^2$ $x_2 = b\cdot 10$ $x_3 = c$

$x^2=(x_1+x_2+x_3)^2$ $31x = 31x_1+31x_2+31x_3$

$$x^2=a^2 10^4+2ab10^3+(2ac+b^2)10^2+2bc10+c^2$$

$$31x=31a10^2+31b10+31c$$

Si cerca ***a*** *tale che* $a^2<11$ si trova $a=3$ tabella

$$N - a^2\cdot 10^4 - 31a\cdot 10^2$$

N		1 1 2 9 9 2	
x_1^2	$31x_1$	90	93
N_1		13692	

N_1= 112992 – 90000 – 9300= 13692

Sharaf Al-Din al-Tusi *Teoria delle equazioni*

soluzioni approssimate – uso di tabelle

$N_1=13692$

Si cerca b *tale che* $2ab<13$ cioè $6b<13$ trova $b=2$

$$N_2 = N_1 - 2ab\cdot 10^3 - b^2 10^2 - 31b10$$

N_1		1 3 6 9 2	
$2ab\cdot 10^3$		1 2 0 0 0	
$b^2 10^2$	$31b10$	4 0 0	6 2 0
N_2		6 7 2	

Si cerca c *tale che* $2ac<6$ cioè $6c<6$ trova $c=1$

$$\boxed{x = 3\cdot 10^2 + 2\cdot 10 + 1 = 321}$$

Sharaf Al-Din al-Tusi

Teoria delle equazioni **soluzioni approssimate**

$x^3+px=N$ $x^3+36x=91\ 750\ 087$

$x = x_1+x_2+x_3$ $x_1 = a\cdot 10^2$ $x_2 = b\cdot 10$ $x_3 = c$

$x^3=(x_1+x_2+x_3)^3$ $36x= 36x_1+36x_2+36x_3$

$x^3=a^3 10^6+3a^2b10^5+3ab^2 10^4+3a^2c10^4+6abc10^3+b^3 10^3+3ac^2 10^2+3b^2c10^2+3bc^2 10+c^3$

$36x=36a10^2+36b10+36c$

Si cerca a *tale che* $a^3<91$ **si trova** $a=4$ **tabella**

N	9 1 7 5 0 0 8 7	
x_1^3 $36x_1$	64	144
N_1	2 7 7 3 5 6 8 7	

$N_1= 91750087-64000000-14400=27735687$

$N - x_1^3\cdot 10^6 - 36x_1\cdot 10^2$

SHARAF AL-DIN AL-TUSI

Teoria delle equazioni **soluzioni approssimate**

Si cerca b tale che **$3a^2b<277$ cioè $3\cdot16\,b<277$ trova $b=5$**

N_1	2 7 7 3 5 6 8 7
x_2^3	1 2 5
$3x_1x_2^2+3x_2x_1^2+36x_2$	2 7 0 0 1 8 0
N_2	6 0 8 8 8 7

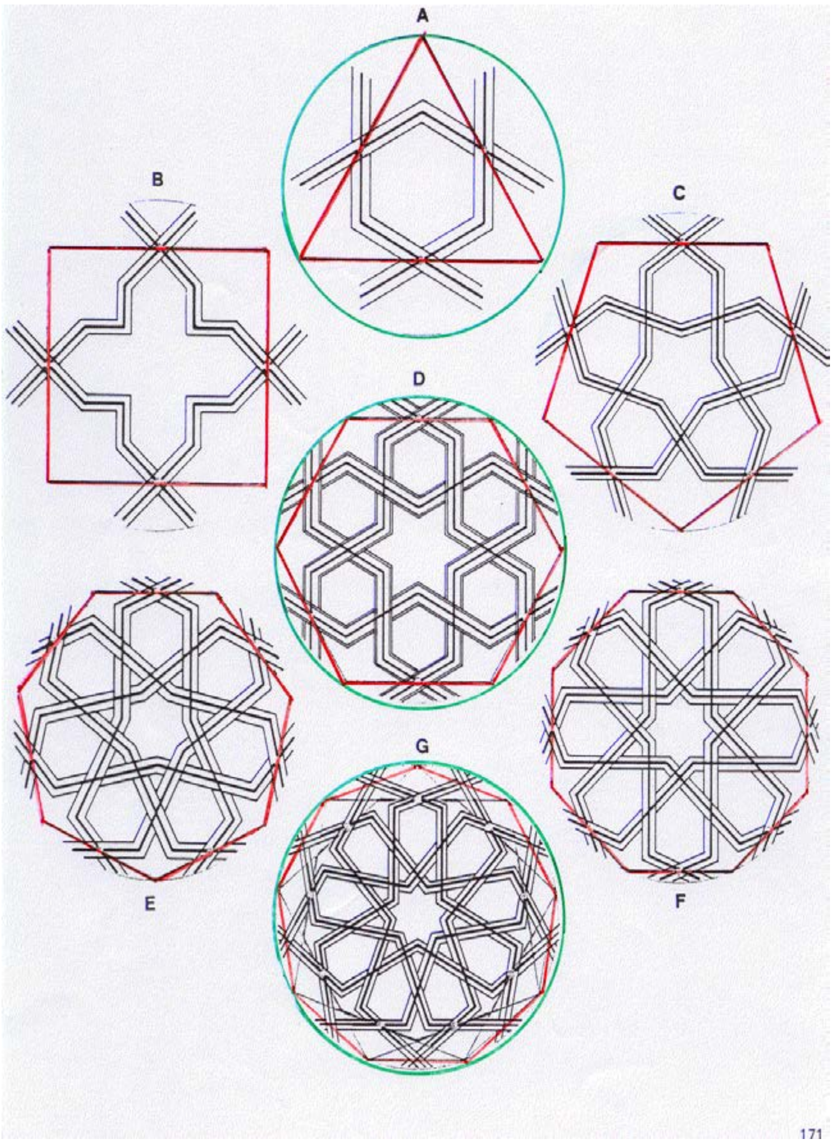
$$N_2 = N_1 - 3a^2b\cdot10^5 - 3ab^2 10^4 - b^3 10^3 - 36b10$$

Si cerca c tale che **$3a^2c<60$ cioè $3\cdot16\,c<60$ trova $c=1$**

$$x = 4\cdot10^2 + 5\cdot10 + 1 = 451$$

Abu l-wafā’ 940-998

Elementi della scienza della geometria utili agli artigiani



costruzioni con riga e compasso di poligoni

Triangolo equilatero

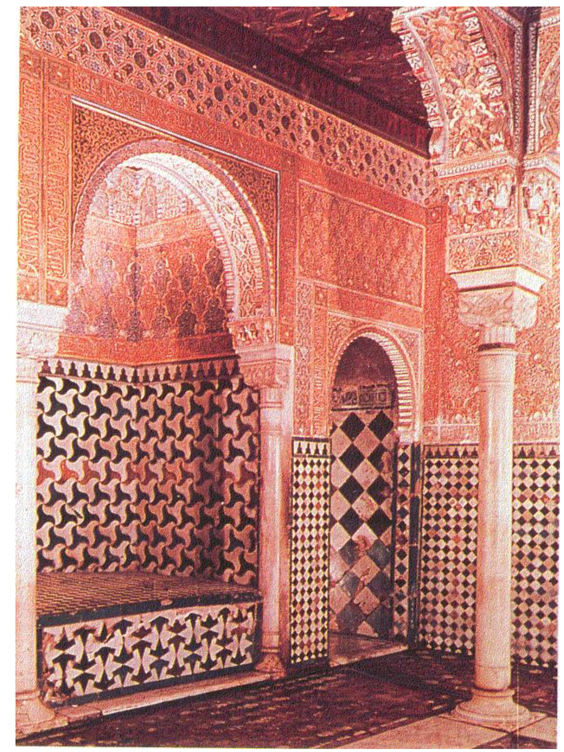
Quadrato

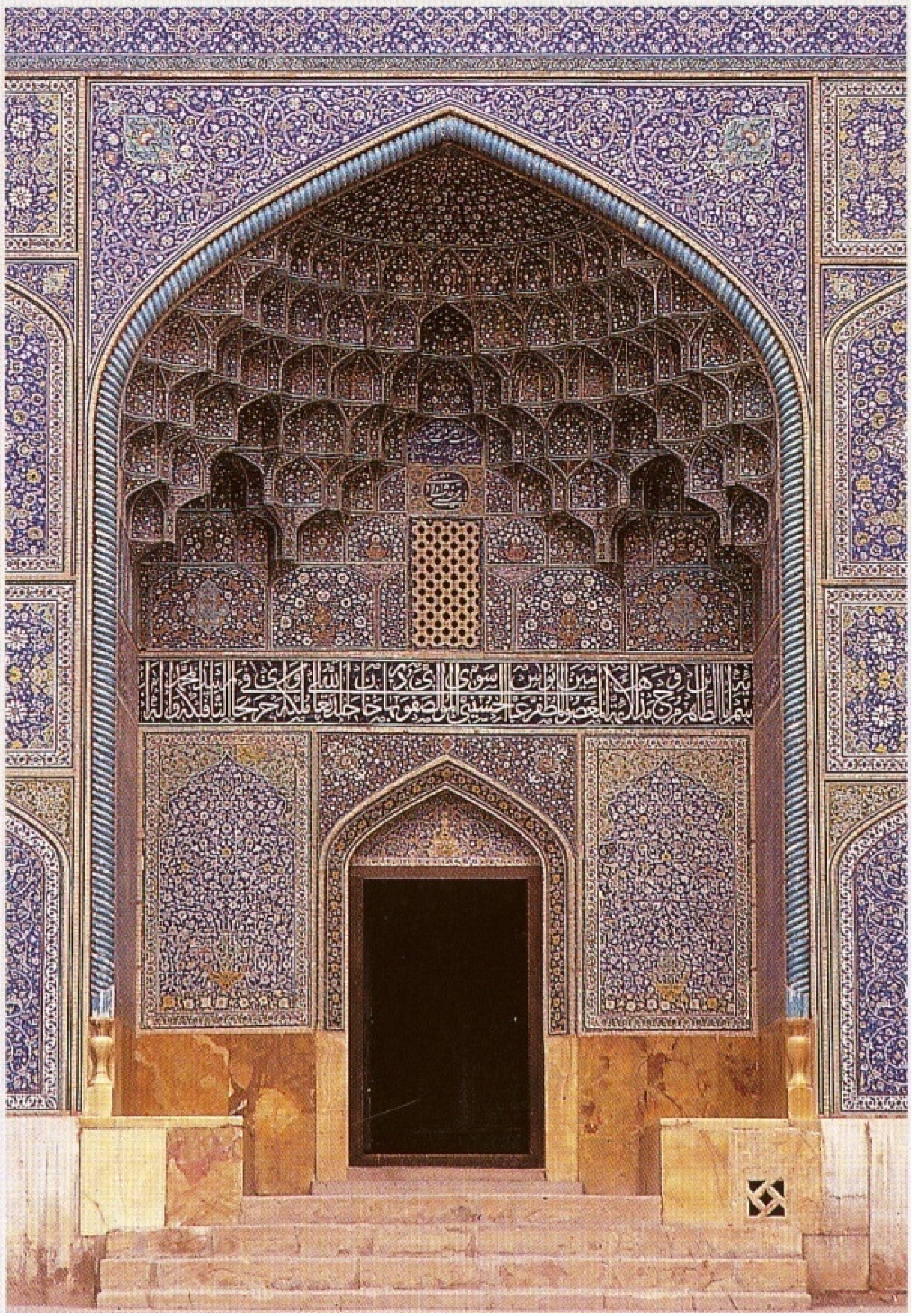
Pentagono

Esagono

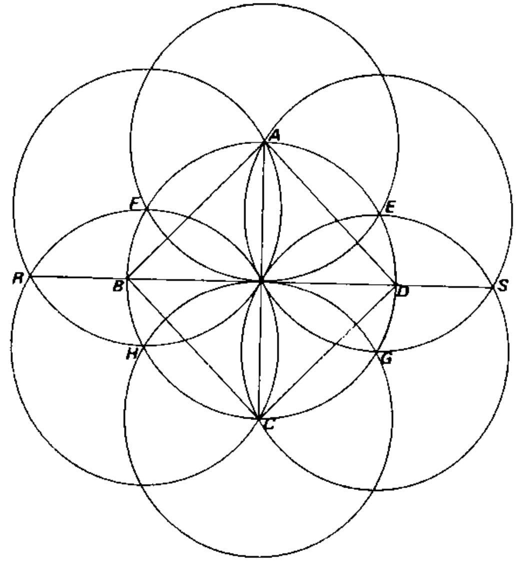
Ottagono

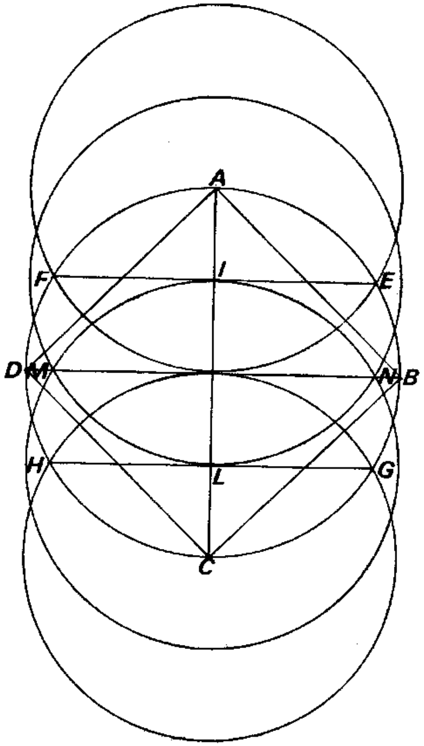
Decagono

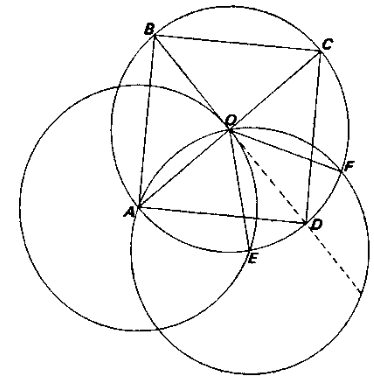


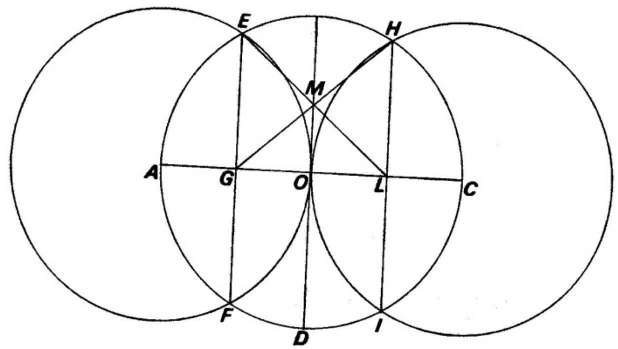


Abu l-wafā’ 940-998

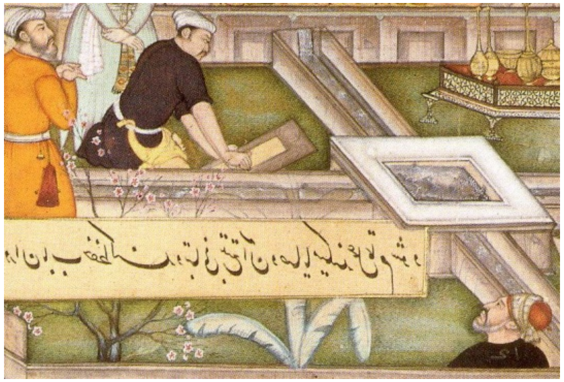


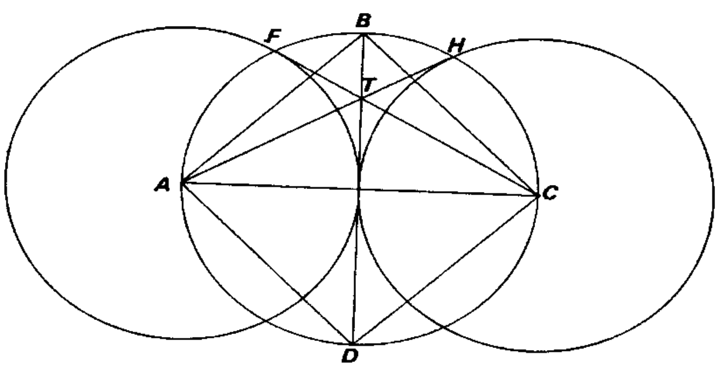




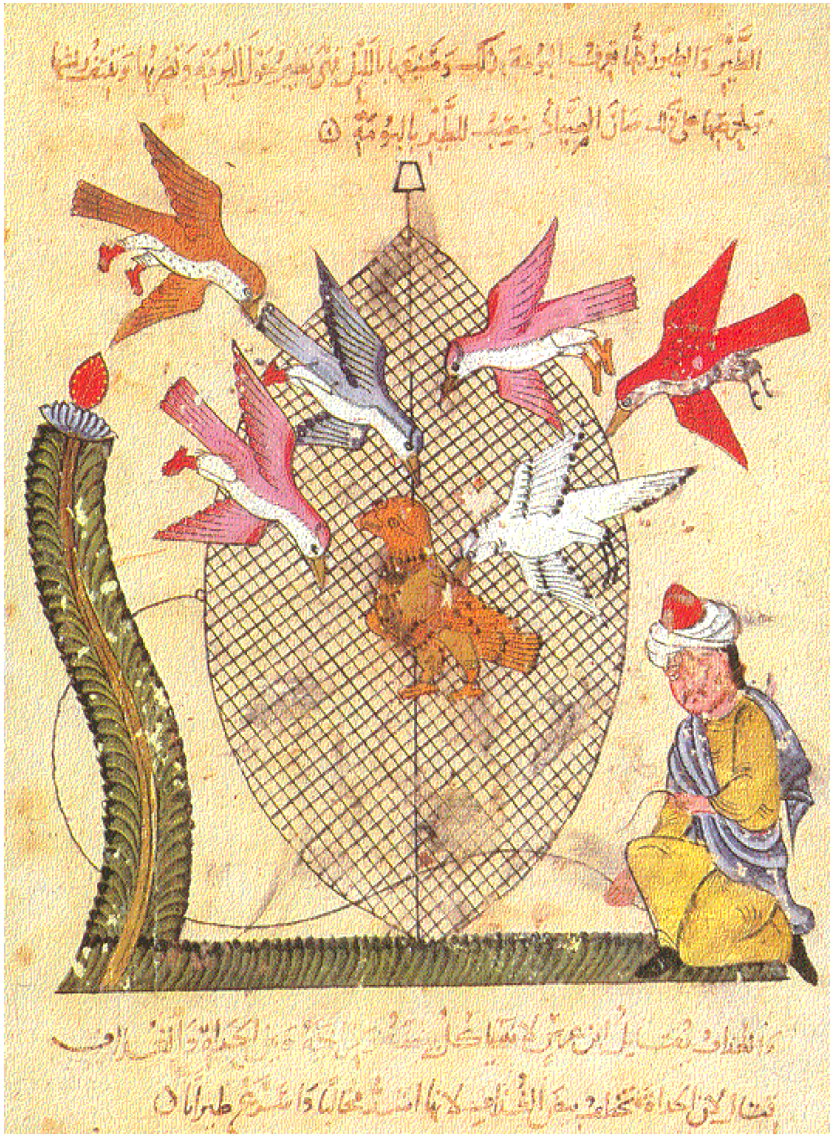


5 costruzioni di un quadrato, con compasso fisso





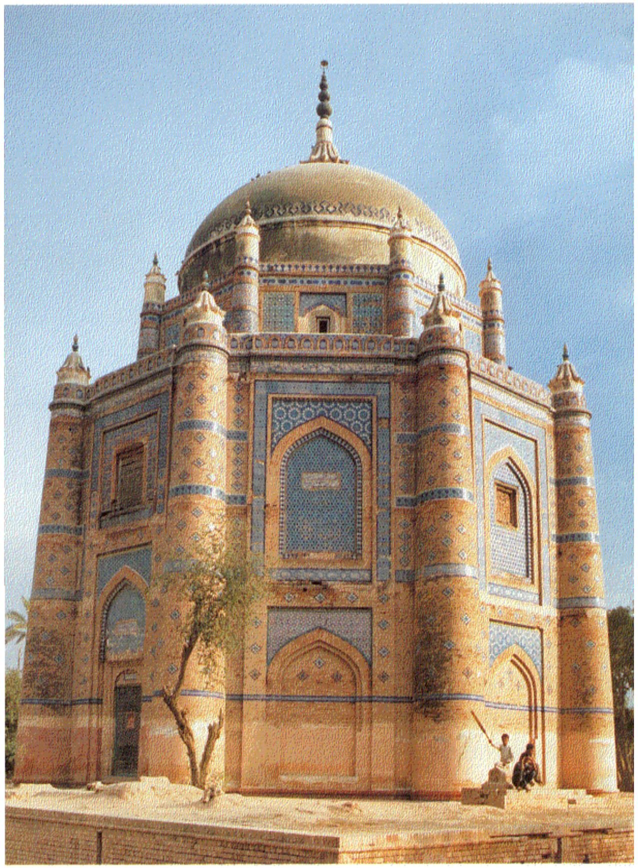
Influenze - Trasmissione culturale - Lunga durata



Al-Gahiz *Libro degli animali*

Federico II ms. Biblioteca palatina

Influenze

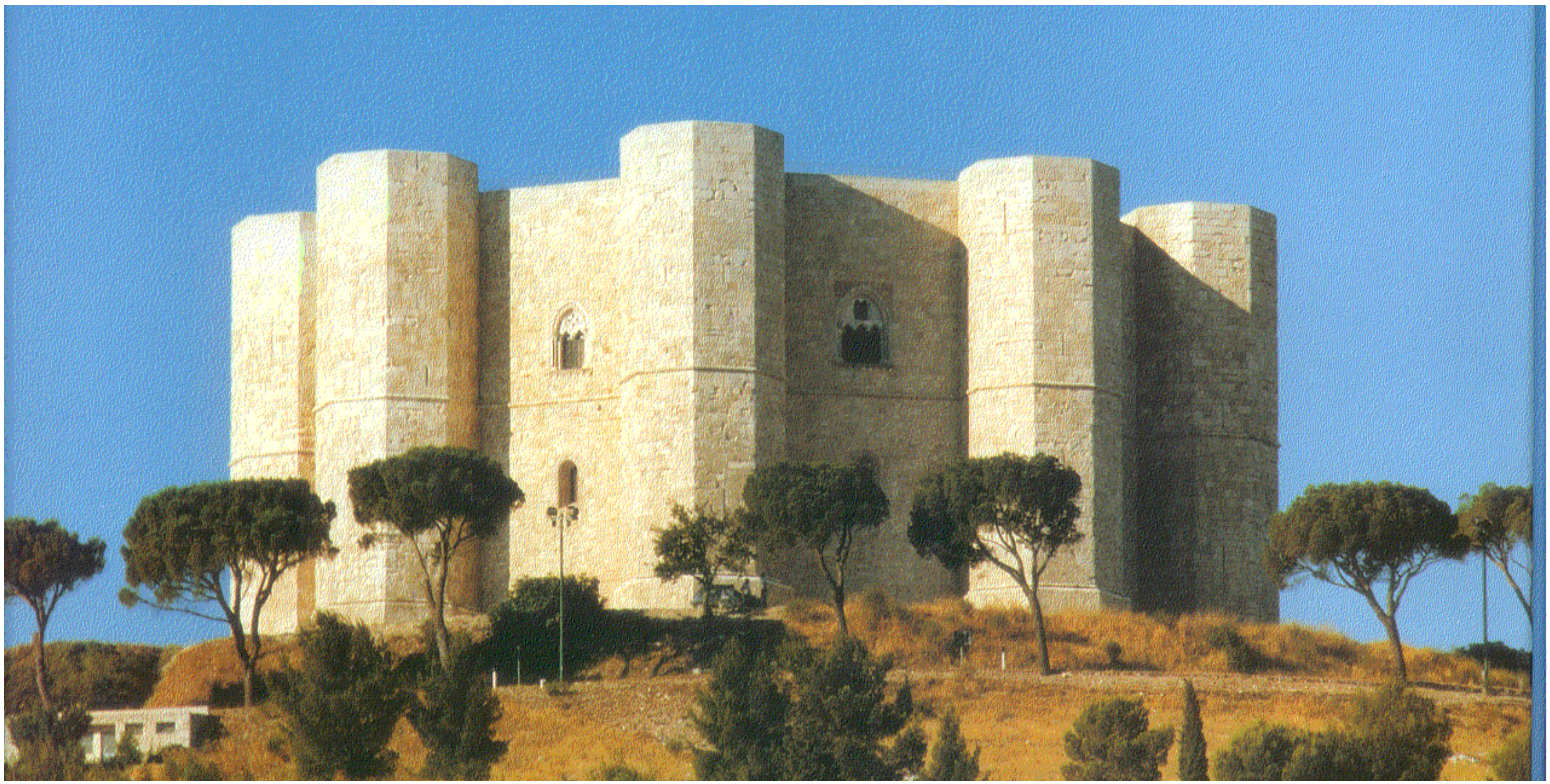


Multan Pakistan

Mausoleon di Alì Akbar
XV sec.

Castel del Monte

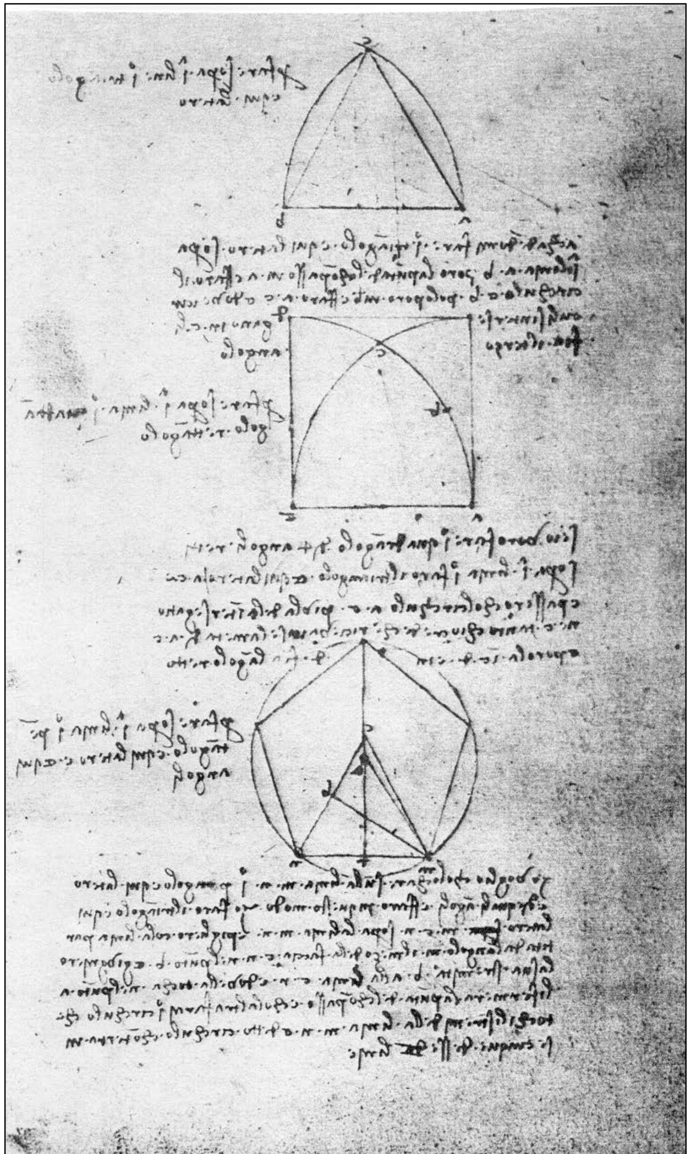
Castel del Monte **Federico II**



Leonardo da Vinci

1452-1519

Con uno aprire di seste …

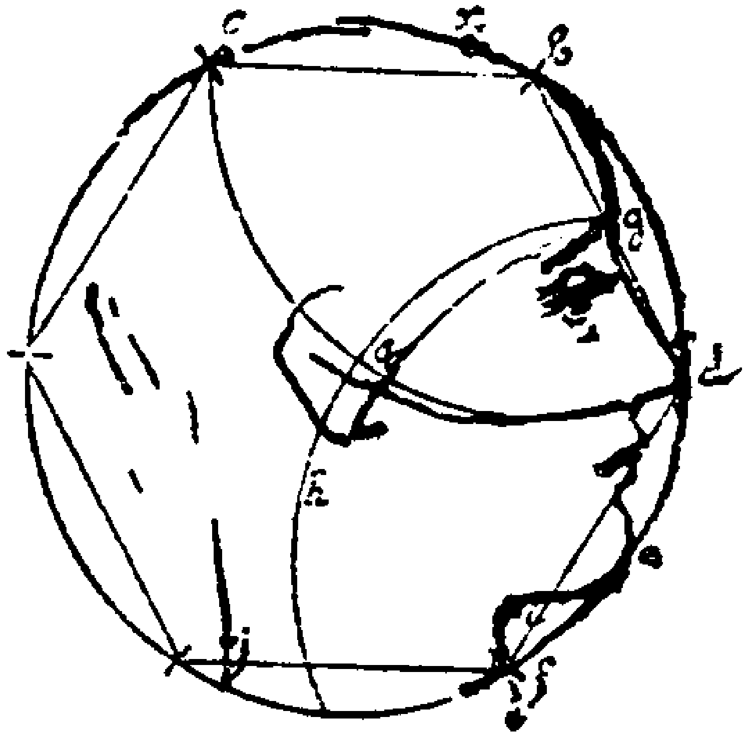


Codice A

Codice B

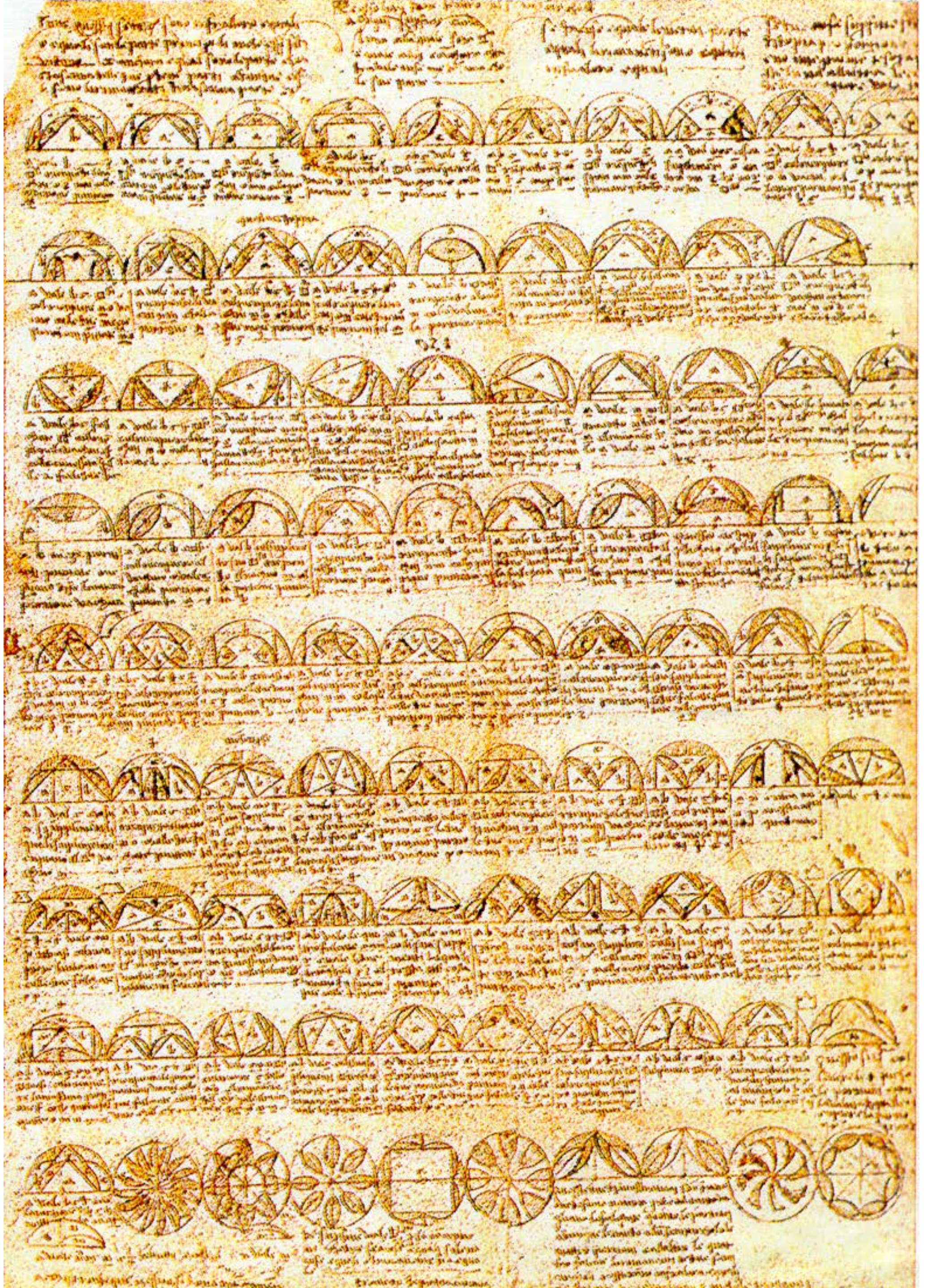
Codice F

Leonardo da Vinci 1452-1519



“Studia prima la scienza e poi seguita la pratica nata da essa scienza – poiché *– quelli che si innamorano della pratica senza la diligenza, ovvero scienza per dir meglio, sono come i nocchieri ch'entrano in mare sopra nave senza timone o bussola, che mai non hanno certezza dove si vadino*”.

Leonardo da Vinci



De ludo geometrico

1514

Codice Atlantico 167 R b

La diffusione delle scienze islamiche nel Medio Evo europeo, Convegno Accademia Lincei ottobre 1984, Roma, Lincei 1987

Allard A. 1992, *Le calcul indien (Algorismus)*, Paris-Namur.

Berggren J. L. 1986, *Episodes in the Mathematics of Medieval Islam*, New York

Cassinet J. 1986 *Transmission à l'Occident aux XVIème et XVIIème siècles des travaux des mathématiciens de l'Islam du XIIIème siècle sur le 5ème postulat d'Euclide*, Cahiers Histoire de Mathématique de Toulouse N. 9.

Djebbar A. 2007, *Storia della scienza araba Il patrimonio culturale dell'Islam*, Milano, Cortina.

Giusti E., 2002, *Un ponte sul Mediterraneo*, Firenze, Polistampa.

Hogendijk j. p. 1984, *Al-Haytham's completion of the conics*, New York.

Jaouiche K. 1986, *La théorie des parallèles en pays d'Islam*, Vrin, Paris.

Picutti E. 1984, *Uomini e numeri*, Le Scienze Quaderni n. 18.

Rashed R. 1984 *Entre arithmétique et algèbre*, Les Belles Lettres, Paris.

Rashed R. 1993 *Géométrie et dioptrique*, Les Belles Lettres, Paris.

Roero C.S. 2002 *Algebra e aritmetica nel Medioevo islamico*, in Giusti 2002, p. 7-43.

Sesiano J. 1982 *Books IV to VII of Diophantus' Arithmetica in the Arabic Translation of Qusta ibn Luqa*, Basel.

Youschkevitch A. P. 1976, *Les mathématiques arabes*, Paris, Vrin.


GRAZIE