



Ricostruzione delle immagini

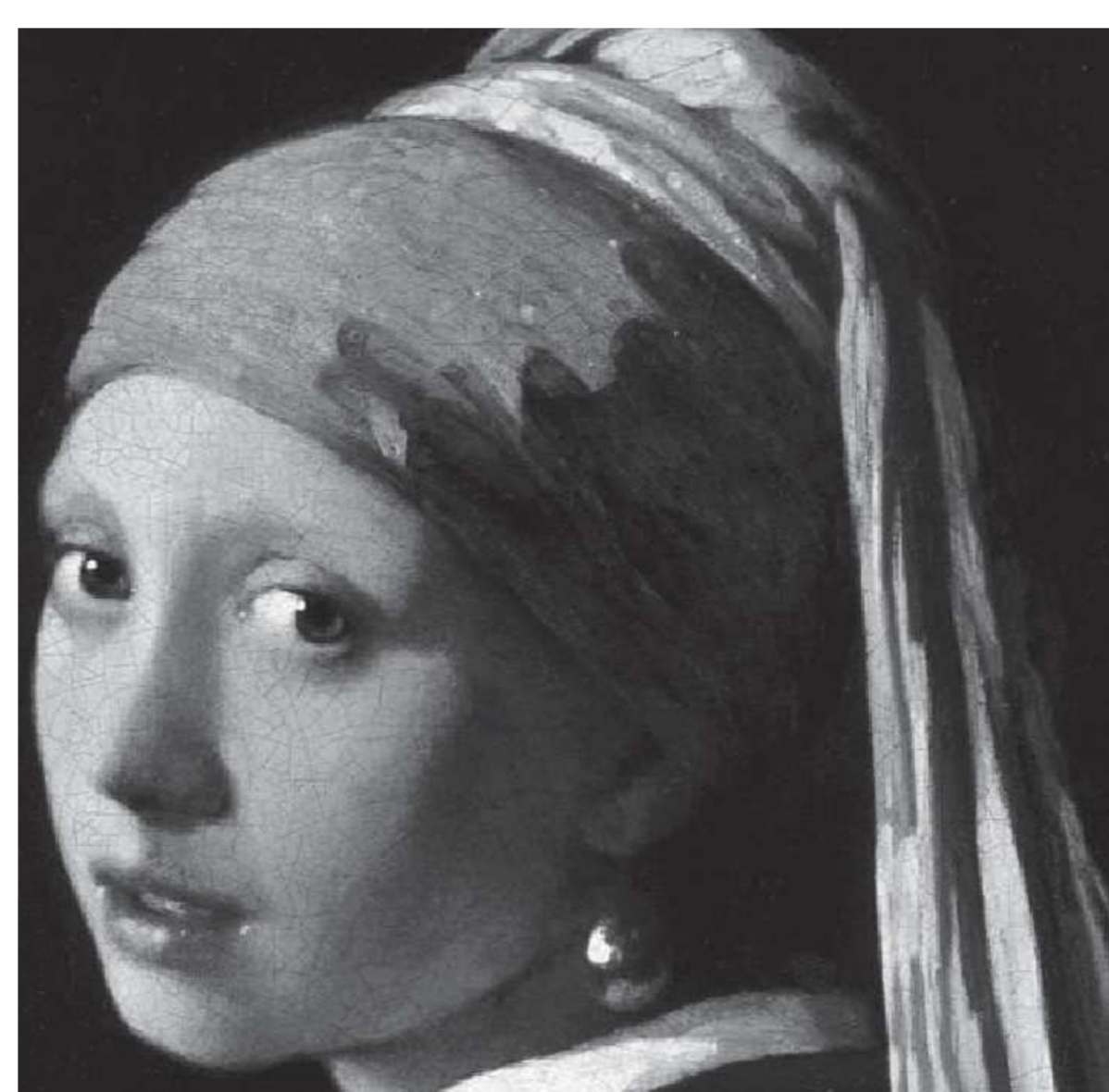
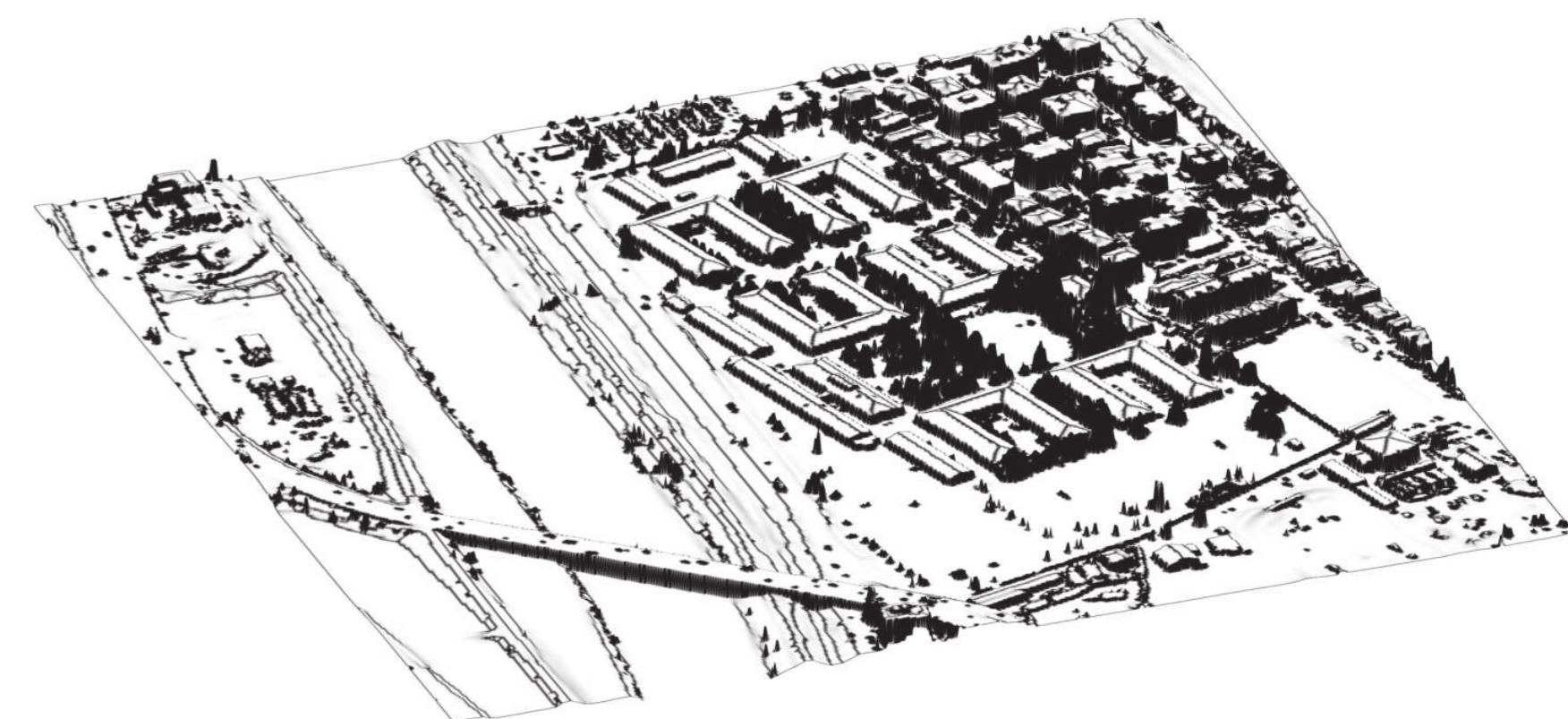
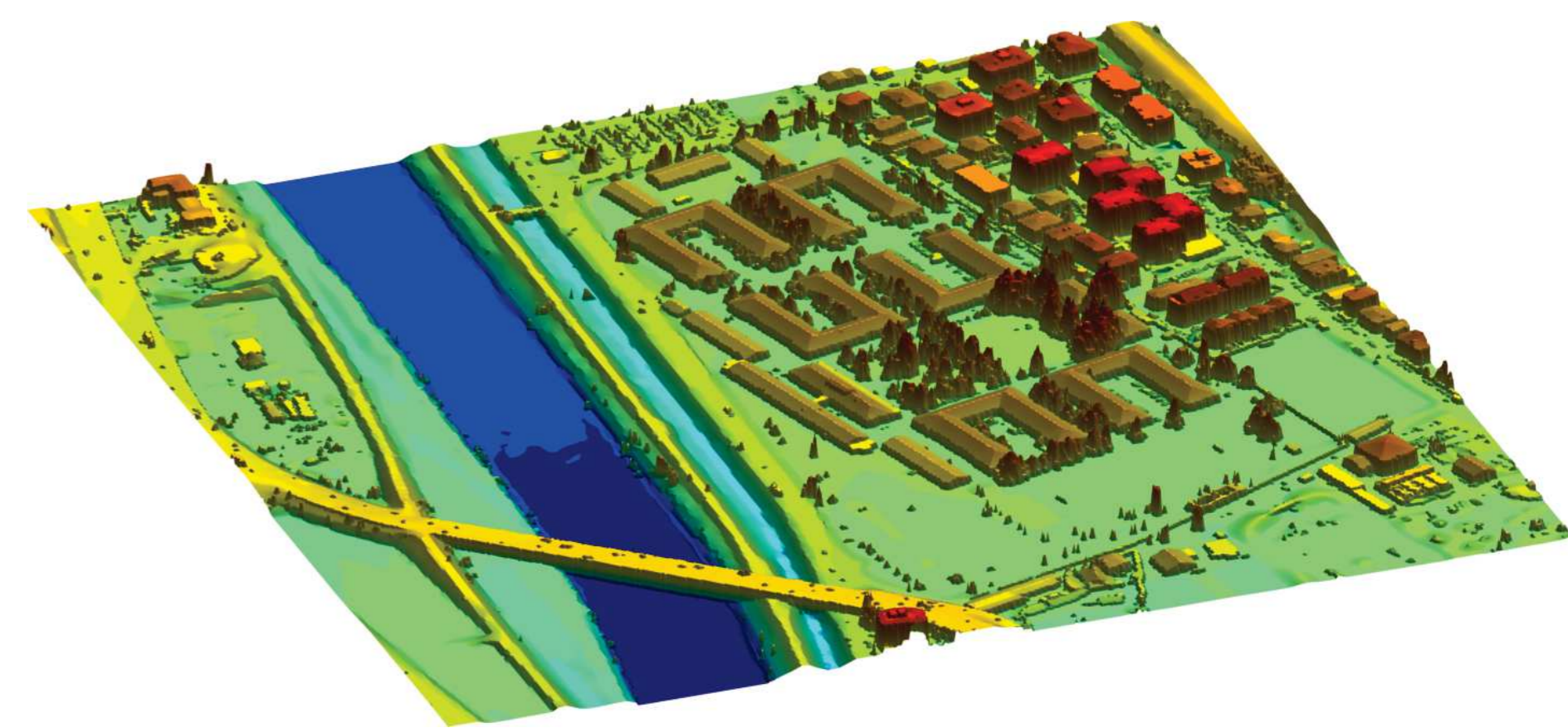
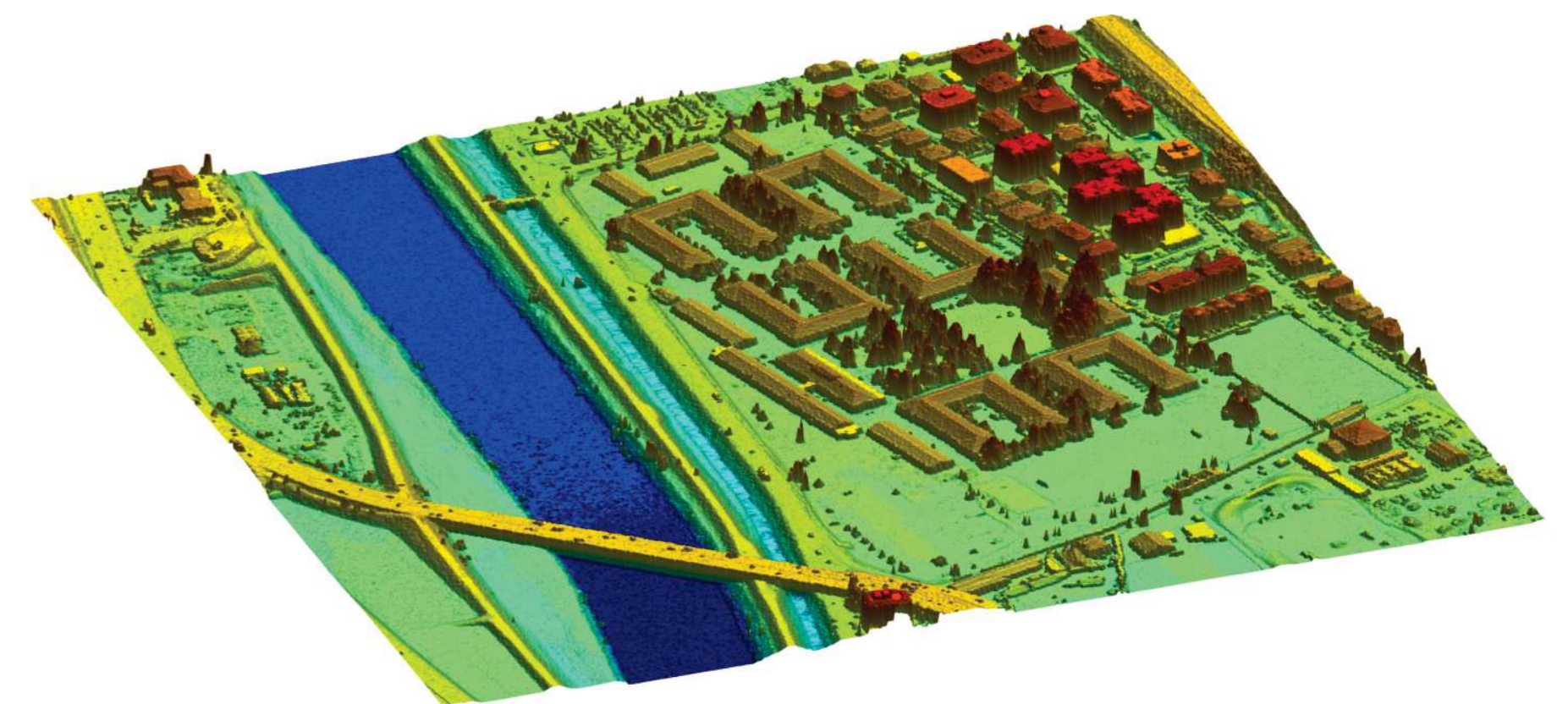
$$MS(u) = \int_{\Omega} |\nabla u(x)|^2 dx + \\ + \mu \int_{\Omega} |u(x) - g(x)|^2 dx + \\ + \alpha \mathcal{H}^1(S_u)$$

Il Calcolo delle Variazioni è uno dei filoni di ricerca nel campo dell'Analisi Matematica. Una delle principali problematiche in tale ambito della matematica è la ricerca dei punti di massimo o di minimo di determinate quantità.

Un'applicazione è data dal problema della *ricostruzione e segmentazione delle immagini*. Un'immagine può necessitare di una ricostruzione, sia perché si riferisce ad un oggetto danneggiato dal tempo (si vedano le immagini della "Ragazza con l'orecchino di perla" di Vermeer sotto), sia perché nell'acquisizione dell'immagine sono subentrati dei fattori di disturbo (si vedano le immagini a lato).

Contribuiscono alla nitidezza dell'immagine la definizione dei contorni degli oggetti raffigurati (rappresentati sia dai bordi degli oggetti sia dalle sue ombre o variazioni di colori, dette pieghe) e la rimozione di eventuali imperfezioni presenti.

Tali risultati si possono ottenere mediante la minimizzazione di opportuni *funzionali*; con tale procedura si tiene conto quanto più possibile dell'immagine iniziale cercando di ridurre al minimo gli elementi di disturbo (rumore bianco) ed al tempo stesso cercando di riconoscere, all'interno dell'immagine, i contorni degli oggetti (funzionali di Mumford-Shah e Blake-Zisserman).



$$BZ(u) = \int_{\Omega} |\nabla^2 u(x)|^2 dx + \\ + \mu \int_{\Omega} |u(x) - g(x)|^2 dx + \\ + (\alpha - \beta) \mathcal{H}^1(S_u) + \beta \mathcal{H}^1(S_{\nabla u} \cup S_u)$$